

Simulación del crecimiento de microgrietas en una osteona mediante elementos finitos

E. Giner Maravilla⁽¹⁾, A. Vercher Martínez, M. Tur Valiente, F.J. Fuenmayor Fernández

(1) Centro de Investigación de Tecnología de Vehículos-CITV
Dpto. de Ingeniería Mecánica y de Materiales.
Universitat Politècnica de València, 46022 Valencia, España.
eginerm@mcm.upv.es

En este trabajo se modela mediante elementos finitos una osteona (unidad básica de la microestructura del tejido óseo cortical). Las osteonas presentan una estructura lamelar compuesta por fibras de colágeno mineralizadas embebidas en una matriz. El modelo incluye el modelado de estas lamelas, que se organizan de forma concéntrica alrededor del canal de Havers. Cada lamela presenta una dirección preferente de orientación de las fibras mineralizadas, por lo que se pueden considerar como láminas con propiedades ortótropas. La caracterización microestructural de las propiedades elásticas se ha realizado considerando el compuesto de colágeno reforzado por cristales de apatita a través de modelos micromecánicos basados en las ecuaciones de Halpin-Tsai. El modelo incluye la posibilidad de propagación de microgrietas en la interfase entre las lamelas en función del criterio de fallo de delaminación de Brewer y Lagace. En el trabajo, se calibran las propiedades de rotura con los ensayos de tracción, compresión y cortadura de una osteona realizados por Ascenzi y Bonucci, permitiendo simular numéricamente la aparición de microgrietas circunferenciales en las lamelas longitudinales observadas empíricamente.

1. INTRODUCCIÓN

El tejido óseo cortical es el principal responsable de proporcionar soporte estructural a organismos vertebrados. Se puede considerar un material compuesto [1] estructurado jerárquicamente a distintas escalas, ver p.ej. [1-3]. Las lamelas (de unos 3 - 7 μm de espesor) están dispuestas concéntricamente en las osteonas (de entre 10 - 500 μm de diámetro, figura 1) y de forma menos organizada en el hueso intersticial (que es en realidad tejido asociado con antiguas osteonas). Es este nivel microestructural el que constituye la escala de estudio de este trabajo, ya que el análisis se centra en el comportamiento mecánico de una única osteona. Existen además otros elementos morfológicos (lagunas, canales de Volkmann, etc.) que no serán incluidos en el modelo numérico aquí presentado, ya que se considera que su relevancia en el comportamiento mecánico es de segundo orden.

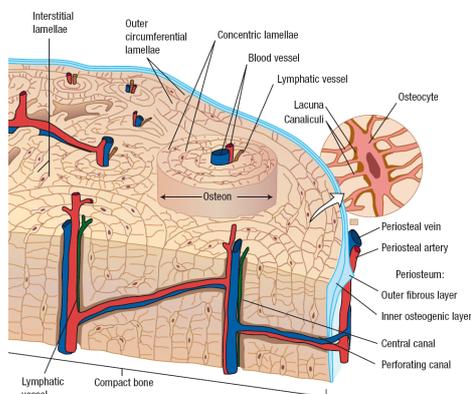


Figura 1. Detalle de la estructura del hueso cortical [3].

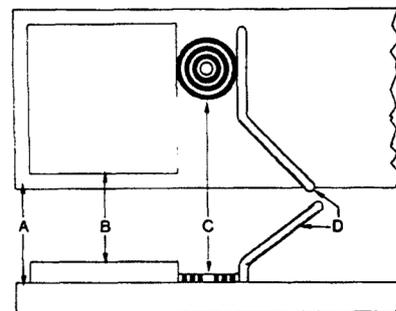


Figura 2. Ensayo de compresión diametral [12]. A: soporte, B: tope, C: sección de osteona, D: espátula.

El análisis del comportamiento de una única osteona presentado en este artículo está basado en los estudios experimentales realizados por Ascenzi y Bonucci [4-7]. Estos autores consiguieron separar osteonas en forma de microprobetas cilíndricas y someterlas a diferentes ensayos. En concreto, se simula numéricamente el comportamiento de una osteona cargada diametralmente a compresión recogido en [7], en el que estos autores observaron la aparición de microgrietas circunferenciales en las lamelas cuyas fibras están orientadas preferencialmente en dirección axial. La descripción de los detalles de los ensayos de [7] y de las evidencias observadas experimentalmente se presenta en la siguiente sección 2. Para realizar el modelo numérico, es necesario disponer de una caracterización elástica y resistente de las propiedades del material, que se presenta en las secciones 3 y 4, respectivamente. Por último, los detalles del modelo numérico realizado en Abaqus [8] se resumen en la sección 5.

2. COMPORTAMIENTO A ROTURA DE UNA OSTEONA CARGADA DIAMETRALMENTE A COMPRESIÓN

En [5], Ascenzi y Bonucci describen con detalle el procedimiento seguido para la extracción de microprobetas de osteonas aisladas a partir de una muestra de tejido cortical. El tejido corresponde a la diáfisis de hueso largo humano (fémur) de distintas edades (entre 18 y 31 años) y sin daño mecánico previo. El espesor de la sección de osteona (altura del cilindro) es de 30-40 μm . Estos autores utilizaron estas microprobetas para caracterizar minuciosamente las propiedades a tracción, compresión y cortadura [4-6]. En [7] describen un tipo de ensayo que es el modelado en este trabajo: ensayo a compresión diametral en el plano de la sección de la osteona. En la figura 2 se observa la disposición experimental de la sección de la osteona C sobre un portaobjetos A y el método utilizado para la aplicación de la fuerza de compresión a través de una espátula D que comprime la osteona contra un tope B.

Aunque en [7] se distinguen varios tipos de osteona según su estructura, centraremos el estudio en el tipo de osteona dominante en el tejido cortical de huesos largos sometidos a compresión (denominada tipo I en [7]). La estructura de este tipo de osteona se esquematiza en la figura 3. Se caracteriza por presentar lamelas cuya orientación preferente es alternada: lamelas con fibras orientadas aproximadamente en la dirección del eje de la osteona (es decir, dirección normal a la sección ensayada y denominadas lamelas longitudinales) y lamelas cuyas fibras están orientadas preferentemente en dirección circunferencial (que denominaremos lamelas transversales). Este tipo de disposición es constatable a través de luz polarizada, que muestra la estructura laminada de forma alternante (figura 4) tras la correspondiente correlación con microscopía electrónica. Las lamelas que presentan tono oscuro, son lamelas cuya orientación preferente es longitudinal, mientras que las lamelas en tono claro, son lamelas transversales. Además, Ascenzi y Bonucci [7] mencionan que las lamelas más interna y externa presentan la misma orientación, siendo ésta siempre transversal. Ascenzi y Bonucci también distinguen otro tipo de osteona (tipo II), menos frecuente, en el que todas las lamelas son esencialmente longitudinales, con excepción de las lamelas interna y externa, que son siempre transversales.

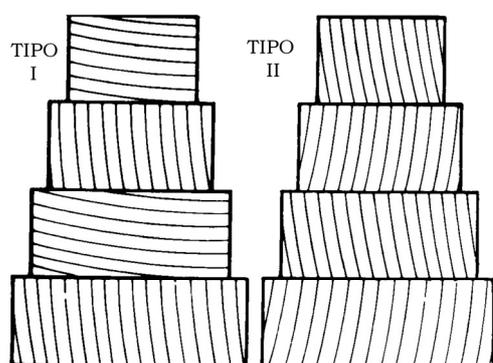


Figura 3. Estructura laminar de los tipos de osteona I y II

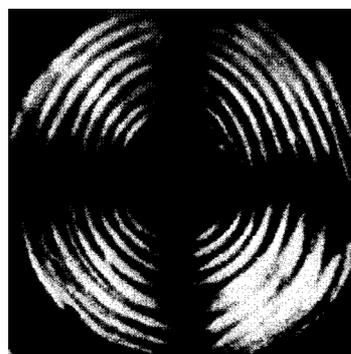


Figura 4. Imagen de la sección de la osteona a través de luz polarizada [7]

En el caso de las osteonas tipo I (el analizado en este trabajo), la aplicación progresiva de la carga de compresión según la figura 2 da lugar a la aparición de microgrietas en sentido circunferencial, tal y como se describe de forma muy detallada en [7]. Estos autores observaron las siguientes evidencias experimentales:

- Las microgrietas son circunferenciales y mayoritariamente aparecen en el interior de las lamelas longitudinales (algunas también en las interfases entre lamelas). Además, las microgrietas se extienden a través de todo el espesor de la probeta.
- Las microgrietas aparecen en primer lugar en las lamelas longitudinales más próximas al canal de Havers.
- Las microgrietas aparecen en los cuatro cuadrantes y se concentran en un segmento circular que subtende un ángulo de entre 20° y 50° con respecto a la línea de acción de la carga.
- Un aumento de la carga provoca un crecimiento de dichas grietas en el interior de las lamelas longitudinales que, eventualmente, puede llegar a separar las lamelas como aros concéntricos tras rotar la línea de acción de la carga de compresión
- Las lamelas transversales no presentan daño apreciable a este nivel de carga.

La figura 5 muestra una porción de la sección de osteona ensayada en distintos estados: antes de aplicación de la carga (izda.) y bajo la acción de la carga que da lugar a la aparición de microgrietas circunferenciales (dcha.). Un estudio bajo microscopio electrónico muestra que las microgrietas en el interior de las lamelas longitudinales avanzan a través de la sustancia interfibrilar (que actúa como matriz), mostrando que su resistencia es considerablemente menor que la de las fibrillas.

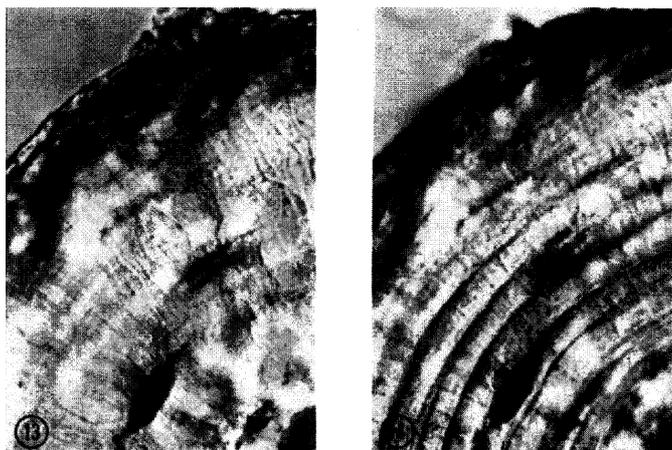


Figura 5. Detalle de una osteona tipo I: antes (izda.) y después de la carga (dcha.). Fuente: [7].

3. PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LAS LAMELAS

En la literatura, se recogen distintos planteamientos analíticos para la elaboración de modelos micromecánicos. En los trabajos de Wagner y Weiner [9] y Akiva et al. [10] se detallan las ecuaciones de Halpin-Tsai (muy empleadas en compuestos estructurales) para el cálculo de las propiedades micromecánicas en función de las dimensiones de los cristales de apatita.

En este trabajo se ha considerado que las fibras de colágeno en cada lamela se encuentran distribuidas en la misma dirección y todas las lamelas son del mismo espesor. Esta hipótesis está de acuerdo con las observaciones de Ascenzi y Bonucci. El modelo micromecánico que se ha considerado para el cálculo de las propiedades elásticas está basado en las ecuaciones de Halpin-Tsai [11]. En cuanto a la fase de refuerzo, el tamaño del cristal considerado es de $50 \times 25 \times 2$ nm, valores éstos comprendidos en el rango propuesto por Rubin et al. [12]. Además, para el cálculo de las relaciones de aspecto no definidas en las ecuaciones de Halpin-Tsai así como las constantes elásticas del colágeno y la apatita se ha tenido en cuenta el trabajo de Akiva et al. [10].

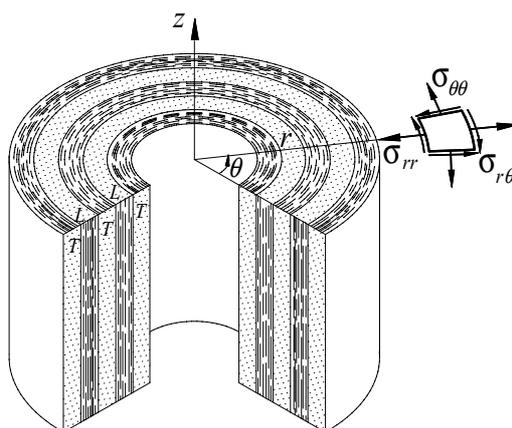


Figura 6. Sistema de coordenadas cilíndricas y nomenclatura utilizada. T, lamelas transversales; L, lamelas longitudinales

Se ha seguido la nomenclatura asociada al sistema de coordenadas cilíndrico de la figura 6. Se trata de un sistema global (o no orientado), en el que deberán expresarse las propiedades elásticas y resistentes según la orientación de cada lamela. Los valores de las constantes elásticas que se han obtenido a partir de los modelos micromecánicos antes comentados son:

- Lamela transversal (con fibras perpendiculares al eje longitudinal de la osteona): $E_\theta = 33.64$ GPa, $E_r = 3.00$ GPa, $E_z = 24.31$ GPa, $G_{\theta z} = 20.04$ GPa, $G_{zr} = 2.26$ GPa, $G_{\theta r} = 2.26$ GPa, $\nu_{\theta z} = 0.34$, $\nu_{zr} = 0.34$, $\nu_{\theta r} = 0.34$.
- Lamela longitudinal (fibra paralela al eje longitudinal de la osteona): $E_\theta = 24.31$ GPa, $E_r = 3.00$ GPa, $E_z = 33.64$ GPa, $G_{\theta z} = 20.04$ GPa, $G_{zr} = 2.26$ GPa, $G_{\theta r} = 2.26$ GPa, $\nu_{\theta z} = 0.246$, $\nu_{zr} = 0.34$, $\nu_{\theta r} = 0.34$.

Los valores de los coeficientes de Poisson han sido seleccionados para garantizar las relaciones de consistencia termodinámicas en las propiedades elásticas del material. Es importante señalar que en este trabajo se ha considerado el comportamiento del material elástico lineal, lo cual es posible bajo determinadas condiciones de humedad y grado de calcificación del hueso [4], como se comentará con más detalle en la sección siguiente.

4. PROPIEDADES RESISTENTES Y CRITERIOS DE FALLO

Ascenzi y Bonucci realizaron una campaña exhaustiva de ensayos experimentales en osteonas aisladas [4-6]. En este trabajo se estimarán los valores resistentes a partir de los ensayos a tracción de una osteona en dirección axial z y a partir de los ensayos a cortadura por punzonamiento, también en dirección z.

4.1. Resistencia a tracción circunferencial $S_{\theta\theta,t}$

Por la disposición geométrica mostrada en las figuras 3 y 6, la resistencia a tracción circunferencial en las lamelas transversales debe ser claramente superior a la resistencia a tracción circunferencial de las lamelas longitudinales, $S_{\theta\theta,t}^{trans} > S_{\theta\theta,t}^{long}$. Como es de esperar, Ascenzi y Bonucci apreciaron que la máxima rigidez y resistencia de una osteona a tracción en dirección z se da para osteonas tipo II (es decir, con todas las lamelas no periféricas en dirección longitudinal). Este valor es de 120 MPa [9] (para muestras secas, este valor aumenta hasta 193 MPa). Por tanto, es razonable suponer que la resistencia a tracción circunferencial de las lamelas transversales es de este orden, por lo que consideraremos $S_{\theta\theta,t}^{trans} = 120$ MPa.

La resistencia a tracción circunferencial de las lamelas longitudinales es más difícil de estimar. Puesto que Ascenzi y Bonucci también realizaron ensayos a tracción en dirección z para osteonas tipo I, se ha considerado aquí que este valor es el que corresponde con la

separación del comportamiento lineal de las curvas σ - ϵ recogidas en [4] para las osteonas tipo I. Se ha considerado aquí que este valor es aproximadamente $S_{\theta\theta,t}^{long} = 50$ MPa.

4.2. Resistencia a tracción radial $S_{rr,t}$

El fallo a tracción radial (interlaminar) implica la rotura de la sustancia interfibrilar, dejando intactas las fibrillas de colágeno. Por ello, la resistencia a tracción radial en todas las lamelas debe ser aproximadamente la misma $S_{rr,t}^{trans} \approx S_{rr,t}^{long}$ y se denotará simplemente como $S_{rr,t}$. Puesto que este modo de fallo es similar al modo de fallo a tracción circunferencial en lamelas longitudinales (rotura de la sustancia interfibrilar), es razonable suponer que $S_{rr,t} \approx S_{\theta\theta,t}^{long} = 50$ MPa.

4.3. Resistencia a cortadura $S_{r\theta,s}$

Ascenzi y Bonucci [6] realizaron microensayos de cortadura por punzonamiento de osteonas en la dirección axial z . La resistencia a cortadura $S_{s,punz}$ varía entre 56 MPa para tipo I y 46 MPa para tipo II. Se puede suponer que la cortadura en el plano r - z que experimenta una lamela longitudinal en el ensayo de punzonamiento es similar a la que experimenta una lamela transversal en el plano r - θ , por lo que tomaremos $S_{r\theta,s}^{trans} = 46$ MPa.

Queda por determinar el valor de la cortadura en el plano r - θ para las lamelas longitudinales, en las que Ascenzi y Bonucci detectaron el inicio de la rotura en el ensayo de compresión en el plano. Este valor debe ser claramente inferior a 46 MPa ya que implica cortadura en un plano sin fibrillas (éstas son normales al plano r - θ). La cortadura producirá roturas en el seno de la sustancia o matriz interfibrilar sin encontrar las barreras debidas a las fibrillas. A partir de los análisis numéricos presentados en la sección 5, se ha estimado que el valor buscado debe ser del orden de $S_{r\theta,s}^{long} \approx 20$ MPa.

Conviene insistir en que los valores de propiedades supuestos aquí deben ser tomados como una primera aproximación, existiendo una dispersión importante y un grado de variabilidad dependiente de otros factores, como el grado de calcificación.

4.4. Criterio de fallo intra e interlaminar

Para el análisis numérico de la osteona bajo carga diametral, se considerará independientemente la posibilidad de fallo intralaminar por un lado y de fallo interlaminar por otro. El criterio de fallo intralaminar implica la aplicación por separado (para las láminas transversales y longitudinales) del siguiente criterio de fallo:

$$\sigma_{\theta\theta}^{trans} \geq S_{\theta\theta,t}^{trans} \quad ; \quad \sigma_{\theta\theta}^{long} \geq S_{\theta\theta,t}^{long} \quad (1)$$

Para el fallo por tensiones interlaminares se utilizará el criterio interactivo de Brewer & Lagace [13] aplicado al estado tensional de la figura 3:

$$\left(\frac{\sigma_{rr}}{S_{rr,t}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{r\theta}}{S_{r\theta,s}} \right)^2 \geq 1 \quad \text{con } \sigma_{rr} > 0 \quad (2)$$

El primer sumando sólo debe ser considerado si $\sigma_{rr} > 0$, ya que tensiones radiales de compresión cierran las potenciales grietas circunferenciales y no contribuyen al fallo interlaminar. En el contexto de laminados estructurales, este criterio de fallo se utiliza para el estudio del fallo por delaminación.

5. MODELO NUMÉRICO

El modelo de EF reproduce de forma simplificada las osteonas analizadas experimentalmente por Ascenzi y Bonucci y permite conocer la distribución de tensiones de

forma que sea posible estimar la localización y carga de inicio de las microgrietas, así como predecir su avance y aparición progresiva.

Se ha supuesto una geometría circular formada por 11 lamelas de orientaciones preferentes alternadas (osteona tipo I). Aunque es conocido que las lamelas no siempre se disponen como capas concéntricas y uniformes alrededor del canal de Havers [6], en el modelo se han supuesto lamelas de espesor uniforme, ininterrumpidas y concéntricas. El espesor de cada lamela es de 5 μm , el diámetro del canal de Havers es 40 μm y el diámetro total de la osteona 150 μm . Con el fin de intentar reproducir el ensayo de Ascenzi y Bonucci de la figura 2, se ha supuesto un estado de tensión plana, con espesor unidad. La carga aplicada es una presión diametral p distribuida a lo largo de un arco de 60°, cuya magnitud es incrementada a lo largo del análisis.

Para la definición de propiedades anisótropas y criterios de fallo, es esencial utilizar un sistema local de elemento con arreglo a las coordenadas polares de la figura 6, con ejes paralelos a las direcciones radial y circunferencial.

5.1. Iniciación del fallo

La figura 7(a) muestra el valor del criterio de fallo de Brewer & Lagace (2) en el momento en el que alcanza el valor unidad tras aumentar progresivamente la carga aplicada p . Para ello, se ha implementado en Abaqus dicho criterio como postproceso de la solución de EF. Se observa que la zona más crítica se sitúa en la lámina longitudinal más interior en las posiciones señaladas con flechas, a unos 45° del eje diametral vertical, lo que está de acuerdo con las evidencias experimentales de [7]. El fallo en este lugar se produce por cortadura interlaminar, ya que $\sigma_{r\theta}$ alcanza el valor de su límite $S_{r\theta,s}^{long} \approx 20$ MPa. La tensión interlaminar radial σ_{rr} en esta zona es muy baja comparada con su límite de rotura $S_{rr,t} = 50$ MPa y no contribuye apenas al criterio de fallo. Los diferentes límites de rotura a cortadura en las láminas longitudinales y transversales así como la interacción entre ellas debido a su diferente rigidez son la causa de la elevada localización del daño predicho por el criterio de Brewer & Lagace, ocasionando la aparición de microgrietas circunferenciales comentadas en [7].

Notar que el modelo numérico predice la iniciación de la rotura en la lamela longitudinal y en la cercanía de la interfase con la lamela transversal más interior. Ascenzi y Bonucci [7] afirman que algunas roturas se producen en el interior de las lamelas longitudinales y no tanto en la interfase. Una posible explicación de esta discrepancia es que las propiedades resistentes son en realidad no homogéneas dentro de cada lamela, pudiendo suceder que la resistencia a cortadura sea mayor en las proximidades de la interfase. Este fenómeno no puede ser tenido en cuenta por el modelo numérico, ya que la resistencia se ha supuesto homogénea dentro de cada lamela.

5.2. Propagación del fallo interlaminar

Tras la determinación de la carga y localización de la iniciación del fallo, la propagación por rotura interlaminar ha sido modelada mediante el empleo de superficies de contacto (máster y esclava) definidas en las interfases entre las lamelas longitudinales y transversales. Ello supone la duplicación de los nodos en las zonas de potencial crecimiento de las microgrietas, de forma que se liberan los nodos inicialmente unidos a medida que la microgrieta progresa (*node release technique*).

El contacto ha sido configurado de forma que estas dos superficies admiten contacto entre caras si así lo exigen las condiciones de equilibrio. Con el fin de que el contacto sea correcto, se ha necesitado utilizar el comando *Adjust de Abaqus con el objetivo de ajustar la posición inicial de las superficies de contacto. Además, para la estrategia seguida en este trabajo (en principio, no considerada en el código Abaqus), todas las superficies de contacto han sido creadas por duplicado a partir de los mismos nodos. Así, en cada interfase, una de ellas ha sido empleada para el modelado del contacto con todos los nodos adheridos y la otra para modelar el contacto en el que empieza a crecer una microgrieta despegando uno de los

nodos. Al tratarse de un problema no lineal debido a la aparición de separaciones, contactos y cambios de rigidez del conjunto durante el análisis, se ha seguido un enfoque incremental al programar el inicio y la propagación de las microgrietas en las diferentes lamelas. El inicio de nuevas grietas se ha considerado aplicando el criterio de Brewer & Lagace a lo largo del análisis. Al mismo tiempo se ha incluido el comando *Debond en el contacto para el progreso de las microgrietas mediante liberación de nodos.

Tras la aplicación del procedimiento descrito, se obtiene la secuencia de deformadas presentada en la figura 7. Se muestra el valor del criterio de Brewer & Lagace acotado superiormente por el valor unidad. De este modo, valores por encima del rango (en gris) representan las regiones en las que se inicia y progresa el daño a medida que aumenta la carga aplicada. La figura 7(a) corresponde a la iniciación en la interfase interior de la primera lamela longitudinal ya comentada ($p = 24.9$ MPa). La situación (b) corresponde a la propagación de las microgrietas anteriores y la iniciación en la interfase interior de la segunda lamela longitudinal ($p = 26.2$ MPa). En (c) se observa la iniciación en la interfase exterior de la primera lamela longitudinal y en (d) la iniciación en la tercera lamela longitudinal ($p = 26.3$ MPa). Los casos (e) y (f) muestran la propagación de las microgrietas anteriores y la iniciación generalizada de microgrietas. Para el nivel de carga del caso (f), $p = 30.0$ MPa, se predice también la rotura de la lamela transversal junto al canal de Havers por tracción circunferencial. Como se observa, el análisis numérico reproduce el mismo patrón de comportamiento mecánico a rotura observado por Ascenzi y Bonucci en su ensayo de compresión diametral descrito en la sección 2.

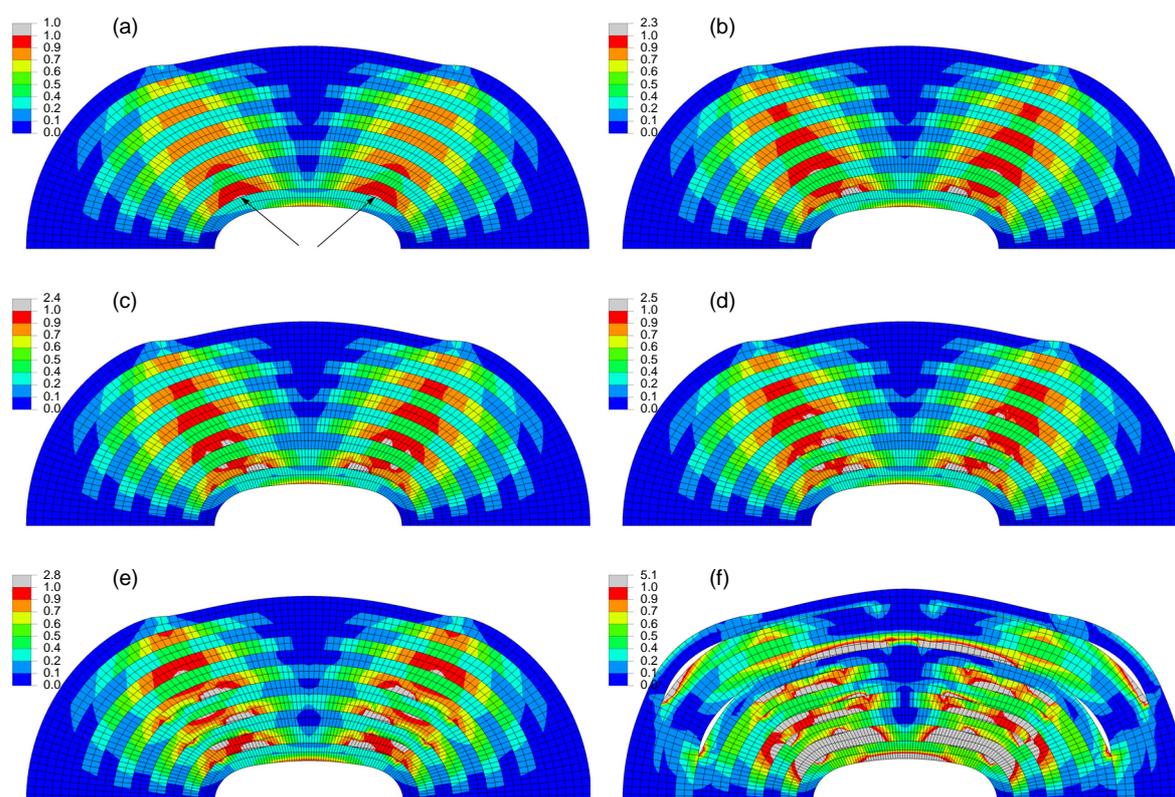


Figura 7. Valor del criterio de Brewer & Lagace para la secuencia de iniciación y propagación de microgrietas

6. CONCLUSIONES

Se ha propuesto una metodología numérica para el análisis del fallo por tensiones interlaminares en osteonas utilizando un criterio de fallo de delaminación. Para ello, se han estimado las propiedades elásticas a partir de modelos micromecánicos y las propiedades resistentes a partir de otras propiedades disponibles en ensayos de osteonas cargadas en dirección axial. El modelo numérico permite reproducir el comportamiento observado

experimentalmente por Ascenzi y Bonucci en sus ensayos de osteonas cargadas diametralmente, en los que las osteonas longitudinales presentan microgrietas circunferenciales que se inician en las lamelas más interiores. Para predecir la iniciación de microgrietas se ha aplicado el criterio de delaminación de Brewer y Lagace. La posterior propagación de las mismas se realiza a través de un planteamiento que considera la separación de nodos de superficies inicialmente en contacto a medida que se alcanzan las condiciones de rotura. Se ha demostrado también la utilidad de los modelos numéricos para validar propuestas de estimación de valores resistentes que sean consistentes con evidencias experimentales.

El análisis presentado permite concluir que las propiedades del hueso cortical o compacto se ven mejoradas por la presencia de lamelas transversales con fibras de colágeno dispuestas perpendicularmente al eje de la osteona. Por ello, predomina la existencia de osteonas con lamelas alternantes (tipo I) en la diáfisis de huesos largos.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación por el apoyo recibido a través del proyecto DPI2010-20990 y a la Generalitat Valenciana a través del Programa PROMETEO 2012/023. También desean agradecer a D. Carlos Pons Gómez la colaboración prestada en el análisis numérico.

8. REFERENCIAS

- [1] S.C. Cowin, *Bone Mechanics Handbook*, CRC Press. Boca Ratón, Florida, (2001).
- [2] J.Y. Rho, L. Kuhn-Spearing, P. Zioupos. *Mechanical properties and the hierarchical structure of bone*, Medical Engng. Physics, 20 (1998), 92-102.
- [3] D. Taylor, J.G. Hazenberg, T.C. Lee. *Living with cracks: Damage and repair in human bone*, Nature Mater., 6 (2007), 263-268.
- [4] A. Ascenzi, E. Bonucci. *The tensile properties of single osteons*, Anat. Rec., 158 (1967), 375-386.
- [5] A. Ascenzi, E. Bonucci. *The compressive properties of single osteons*, Anat. Rec., 161 (1968), 377-392.
- [6] A. Ascenzi, E. Bonucci. *The shearing properties of single osteons*, Anat. Rec., 172 (1972), 499-510.
- [7] A. Ascenzi, E. Bonucci, A. Simkin. *An approach to the mechanical properties of single osteonic lamellae*, J. Biomech., 6 (1973), 227-235.
- [8] ABAQUS/Standard User's Manual, v. 6.10, Simulia, Providence, Rhode Island, 2010.
- [9] H.D. Wagner, S. Weiner. *On the relationship between the microstructure of bone and its mechanical stiffness*, J. Biomech., 25 (1992), 1311-1320.
- [10] U. Akiva, H.D. Wagner, S. Weiner. *Modelling the three-dimensional elastic constants of parallel-fibred and lamellar bone*, J. Mater. Sci., 33 (1998), 1497-1509.
- [11] J.C. Halpin, *Primer on Composite Materials: Analysis*, Revised Edition. Technomic Publishing, Lancaster, PA, 1984.
- [12] M.A. Rubin, I. Jasiuk, J. Taylor, J. Rubin, T. Ganey, R.P. Apkarian. *TEM analysis of the nanostructure of normal and osteoporotic human trabecular bone*, Bone, 33 (2003), 270-282.
- [13] A. Brewer, P.A. Lagace. *Quadratic stress criterion for initiation of delamination*, J. Compos. Mater., 22 (1988), 1141-1155.