

Estudio, diseño y construcción biomecánica de un emulador de tobillo articulado para prótesis de miembro inferior

Borrás Pinilla, C⁽¹⁾, Gomez Serrano, C⁽²⁾, Pinto Hernández, W⁽²⁾

*(1) Director del Centro de Investigaciones DICBoT (Dinámica Multifísica, Control y Robótica)
Profesor. Escuela de Ingeniería Mecánica
Universidad Industrial de Santander
cborras@uis.edu.co*

(2) Escuela de Ingeniería Mecánica. Universidad Industrial de Santander

Este artículo presenta el diseño, construcción y validación de un nuevo emulador de tobillo articulado que logra recrear los movimientos principales del pie en el plano sagital. El emulador es una prótesis articulada que reemplaza todo el tobillo articulado humano. Se realizó un estudio de la anatomía y fisiología del pie y de los movimientos de la extremidad inferior durante la marcha y se desarrolló un modelo matemático y código para manejar la Dinámica Lagrangiana del movimiento de la marcha en el plano sagital, con el objeto de extraer las velocidades y aceleraciones, fuerzas y torques ejecutados por la persona al caminar, empleando MATLAB® como plataforma de programación, encargada de hacer el análisis bidimensional de la marcha con técnicas digitales videográficas, para extraer los parámetros cinemáticos del movimiento y que son posteriormente validados por el modelo dinámico - matemático propuesto que reproduce el movimiento de la extremidades inferiores de la persona. Este código - denominado WalkLab v1.0- se programó para ampliar la documentación recogida y realizar la caracterización y validación cinemática y cinética de la marcha de persona sana y persona con el emulador mediante la comparación de las curvas características del movimiento con las curvas de una marcha natural. Adicionalmente se evaluaron las fuerza y los torques aplicados en el tobillo en función del tiempo lo cual permite la obtención y análisis de los valores críticos de esfuerzos para el diseño y construcción del emulador que luego de dicha construcción fue adaptado a una persona para su uso exitoso.

1. INTRODUCCIÓN

Desde los años 50s, Colombia viene padeciendo una situación de orden público violenta: enfrentamientos armados entre el Ejército y diversos grupos subversivos, y la violencia rural y urbana han generado pugnas armadas entre los diversos actores del conflicto.

Una de las estrategias empleadas en estas acciones bélica, es la creación de campos minados, los cuales se han convertido en una constante amenaza para la población rural colombiana alcanzando niveles alarmantes. La Secretaría del Programa Presidencial para la Acción Integral contra las Minas Antipersona reportó que a finales de 2007 en Colombia hubo aproximadamente 1000 víctimas de dichos artefactos explosivos, de las cuales el 75% fueron militares y el 25% restantes civiles [4], [10].

El efecto que tiene estos artefactos es la mutilación parcial o total de uno de sus miembros, especialmente los miembros inferiores. Esta mutilación impide al individuo desempeñarse normalmente en sus actividades cotidianas.

Centros de Investigación de Universidades y empresas nacionales e internacionales buscan mejorar la calidad de vida del paciente amputado, por medio de desarrollos de dispositivos artificiales que sustituyan al miembro amputado y den una sensación de bienestar. Estos dispositivos, llamados prótesis, en un alto porcentaje son importados a Colombia lo que aumenta costos, poca disponibilidad de los mismos y aumenta la dependencia tecnológica.

Este artículo de investigación, presenta un desarrollo de una herramienta computacional basadas en un análisis videográfico denominada WALKLAB v1.0, que facilite los estudios biomecánicos de la marcha en el plano sagital, con el cual se pueda calcular la cinemática de los miembros inferiores y la cinética del tobillo.

2. METODOLOGÍA

El desarrollo de la investigación consto de cuatro etapas. La primera etapa fue el modelamiento del cuerpo humano bajo la dinámica lagrangiana, la segunda etapa fue el desarrollo de la herramienta computacional junto a su laboratorio, la tercera etapa fue el diseño y construcción del emulador de tobillo y finalmente la cuarta etapa donde se desarrolló la validación del código y del emulador.

2.1 Modelamiento Dinámico

En esta sección se presenta la metodología empleada para el modelamiento dinámico del cuerpo humano aplicando la dinámica de Lagrange.

El modelamiento del cuerpo humano se representa mediante un sistema de cinco segmentos comprendidos por dos pantorrillas, dos mulos, y el conjunto cabeza, extremidades superiores y tronco como un único segmento. Las propiedades dinámicas de estos fueron definidas a partir de tablas antropométricas¹ concentradas en los centros de masa de cada segmento.

Coordenadas generalizadas

Teniendo los parámetros inerciales, se define el sistema en función de coordenadas generalizadas, las cuales son independientes unas de otras pero dependientes del tiempo representadas por la letra q . En el sistema planteado, las coordenadas generalizadas se definen en la siguiente figura.

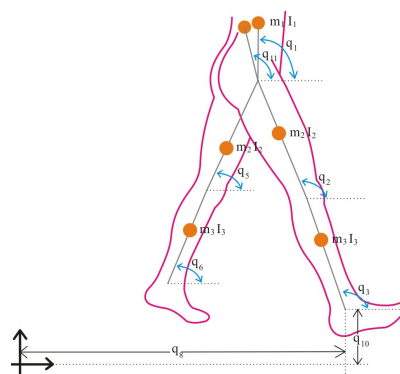


Figura 1. Coordenadas generalizadas del sistema

La dinámica de LaGrange trabaja bajo el concepto de la energía y el trabajo virtual del sistema, y este está planteado sobre la base de las variables generalizadas.

Para el desarrollo de las ecuaciones de movimiento, se inicia con el cálculo del lagrangiano del sistema, el cual se define como la diferencia entre la energía cinética total del sistema (E_{kT}) y su energía potencial (E_{pT}) [18].

- *Ec. 1. Lagrangiano de un sistema conservativo*

$$L = E_{kT} - E_{pT}$$

¹ [23] WINTER, David A. Biomechanic and motor control of the human movement. Universidad de Waterloo. 1990. p45-50

Con esta expresión en función de las variables generalizadas se procede a emplear la metodología de LaGrange, donde para un sistema conservativo –como se planteo inicialmente esta dado por la siguiente expresión:

- *Ec. 2. Ecuación de Lagrange [13]*

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i$$

Para el cálculo la cinética del tobillo es necesario plantear el trabajo que realizan las fuerzas externas en el cuerpo en función de las variables generalizadas, en la siguiente figura se muestran las fuerzas externas que se aplican al sistema.

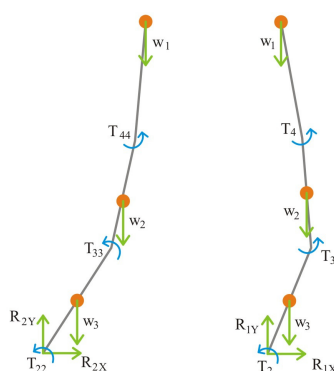


Figura 2. Fuerzas y torques presentes en el sistema

En la figura anterior, los torques de las articulaciones se definen con la letra T y los pesos de cada uno de los segmentos con la letra W y finalmente las reacciones en los tobillos se representan con la letra R.

El paso final es el cálculo de las fuerzas generalizadas, que consiste en derivar la expresión de trabajo externo en función de las variables generalizadas.

- *Ec. 3. Fuerzas generalizadas [8]*

$$Q_i = \frac{\partial W}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^n \left(F_{xj} \frac{\partial}{\partial q_i} (R_{xj}) + F_{yj} \frac{\partial}{\partial q_i} (R_{yj}) + F_{zj} \frac{\partial}{\partial q_i} (R_{zj}) \right)$$

Al evaluar las expresiones anteriores para cada una de las coordenadas generalizadas, se calcula las ecuaciones de movimiento que representa el sistema

Solución del Sistema

Para la solución del sistema se planteo un sistema de ecuaciones lineales donde se expresan los dos términos de la ecuación 2, el extremo derecho lo representan el valor numérico que toman las ecuaciones de movimiento, mientras que el extremo izquierdo representa el trabajo externo aplicado al sistema.

$$\begin{bmatrix}
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_2 \sin(q_3) & l_2 \cos(q_3) \\
 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_3 \sin(q_2) & l_3 \cos(q_2) \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & l_3 \sin(q_5) & -l_3 \cos(q_5) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & l_2 \sin(q_6) & -l_2 \cos(q_6) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_{44} \\ T_{33} \\ T_{22} \\ R_{x1} \\ R_{y1} \\ R_{x2} \\ R_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_{44} \\ Q_{33} \\ Q_{22} \\ Q_{55} \\ Q_{66} \\ K * Q_{55} \\ K * Q_{66} \end{bmatrix}$$

Figura 3. Matriz de la solución del sistema

2.1 Código

Con el fin de obtener las curvas que representan la biomecánica de la marcha para cualquier persona, se planteó y desarrolló una herramienta computacional utilizando MatLab V7.0 como plataforma de programación. La finalidad del código es emplear técnicas videográficas para calcular los parámetros cinemáticos de la marcha.

Código de análisis de marcha



Figura 4. Entorno inicial del código

El código de análisis de marcha es una herramienta basada en técnicas videográficas, este procesa un video que contiene un registro de la marcha de un paciente, al cual se le han instalado una serie de marcadores en puntos anatómicos claves -puntos articulares-. El video se registra sobre una superficie negra, la cual brinda un contraste base para determinar las coordenadas de los marcadores.

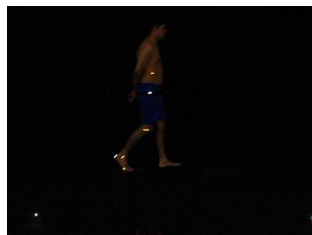


Figura 5. Fotografía tomada de un registro videográfico realizado

Adicionalmente, el código contiene una interfaz grafica que permite al usuario ingresar los datos antropométricos del paciente.

¹ [23] WINTER, David A. Biomechanic and motor control of the human movement. Universidad de Waterloo. 1990. p45-50

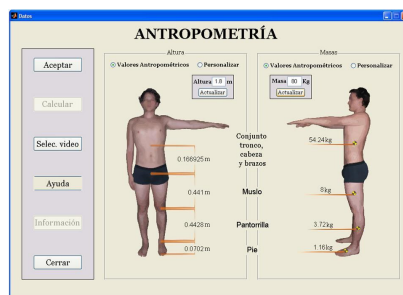


Figura 6. Entorno para el ingreso de datos antropométricos del código

Este entorno solicita el ingreso de la altura y la masa corporal del individuo, para determinar la dimensión y la masa de cada segmento mediante la tabla antropométrica previamente descrita.

Otro método para determinar la antropometría del individuo es realizar mediciones directas sobre los segmentos. De utilizar esta opción, el entorno permite ingresar las dimensiones de forma manual sin utilizar la tabla antropométrica.

Al procesar el video se extraen las coordenadas de las articulaciones a partir de los marcadores para todo el ciclo de marcha. Con estos datos se procede a calcular los demás factores cinemáticas, como son ángulos de los segmentos (absolutos y relativos) y coordenadas, velocidades y aceleraciones de los centroides.

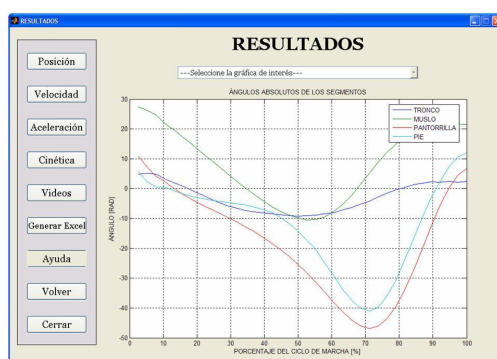


Figura 7. Ángulos absolutos de los segmentos obtenidos del código WALKLAB v1.0

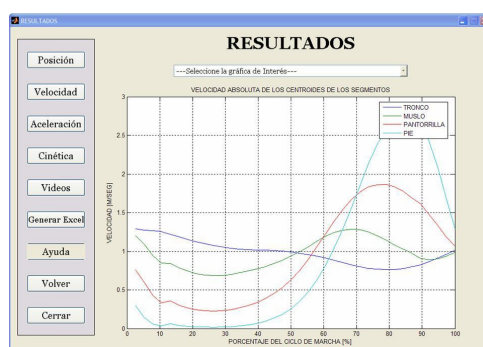


Figura 8. Velocidad angular absoluta de los segmentos obtenidos del código WALKLAB v1.0

Laboratorio de análisis de marcha [2]

El código de análisis de marcha esta basado en el contraste que hacen los marcadores con las superficies aledañas, por ende para el tratamiento del video es necesario establecer

algunos parámetros de ambiente que garanticen este contraste. En este caso, se emplea un fondo negro, con lo cual los marcadores son fácilmente identificables por el código.

Otra función que cumple el laboratorio de marcha, es determinar e identificar la fase del ciclo de marcha. Para esto se emplean pulsadores que el paciente pisa durante su ambulación. Estos pulsadores activan convenientemente dos marcas adicionales con los cuales el código determina la fase que se esté llevando a cabo.

3. DISEÑO DEL EMULADOR

Para poder iniciar con la fase de diseño del emulador, se establecieron parámetros antropométricos y funcionales con el fin de garantizar las áreas de sustentación además de tomar los principales movimientos del pie en el plano sagital, de tal manera que se garantice la similitud con un pie normal.

Especificaciones de diseño

El entendimiento de la biomecánica de la marcha entrega las bases para el diseño del emulador de tobillo articulado. De ella, se define el principal movimiento del pie en el plano sagital, que consiste en la flexión dorsal y la flexión plantar y son los que presentan los rangos más amplios [1], [16].

Por otro lado, fue necesario determinar el máximo torque a lo largo del ciclo de marcha, por ende se calculó su variación en función del ángulo relativo entre la pantorrilla y la longitud del pie. En la siguiente curva, se muestra el ángulo de rotación de la articulación, junto con el valor del torque actuante, siendo uno de los parámetros claves para el diseño apropiado del emulador y el análisis mediante elementos finitos.

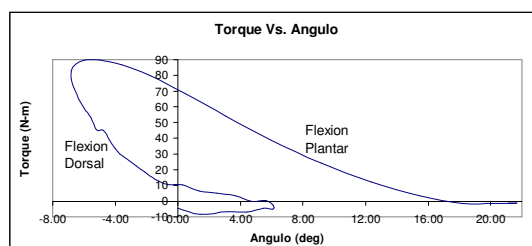


Figura 9. Curva de torque Vs ángulo para persona de 80 Kg.

Junto a las cargas mostradas por efecto del torque en la articulación del tobillo, también se consideraron las reacciones vertical y horizontal y son las graficas que se presentan a continuación, cada una referenciada con respecto al porcentaje del ciclo de marcha.

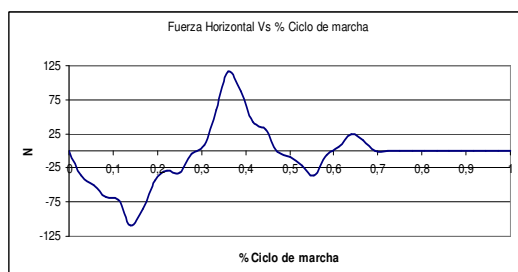


Figura 10. Curva de fuerza horizontal para persona de 80 Kg

¹ [23] WINTER, David A. Biomechanic and motor control of the human movement. Universidad de Waterloo. 1990. p45-50

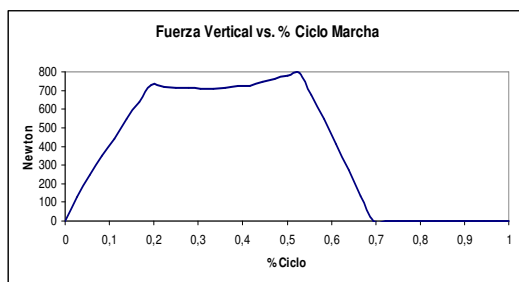


Figura 11. Curva de fuerza vertical Vs porcentaje del ciclo de marcha para persona de 80 Kg

Sin embargo, las cargas presentes no es el único parámetro necesario para diseño del dispositivo. Adicionalmente, es necesario determinar las dimensiones del pie, permitiendo mantener las áreas de sustentación encargadas de soportar las cargas (talón y cabezas de los metatarsianos) y la posición de la articulación del tobillo. Esta última es de suma importancia, debido a que una posición incorrecta generaría una alteración en el patrón de marcha del paciente.

Para una persona de 80Kg y 1.8m las dimensiones estimadas son las que se presentan en la siguiente figura [3], [12].

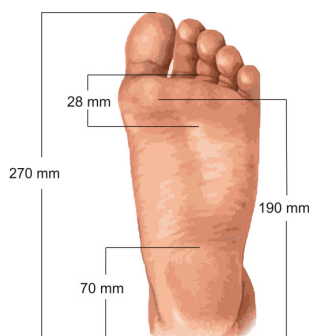


Figura 12. Dimensiones principales del pie para una persona Talla 42

Diseño mecánico del emulador [14], [19].

El diseño mecánico del emulador, se realizó en el programa SolidWorks 2007, con el cual permitió dimensionar las piezas, ajustándose a los parámetros de diseño, y realizar los análisis por elementos finitos.

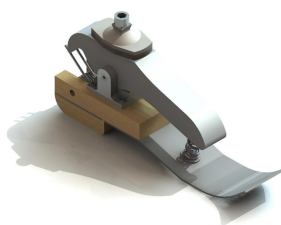


Figura 13. Modelo del emulador realizado en SolidWorks 2007

El dispositivo que reemplaza la tibia está conectado mediante un elemento que permite hacer la alineación y es solidario a una palanca que tiene la libertad de rotar, esta encargada de transmitir la carga por efecto del torque a cada conjunto de resortes.

Una serie de resortes son los encargados de producir el torque presente en la flexión plantar y dorsal durante la ambulación. Para el diseño de estos se tuvo en cuenta la carga a soportar y la deformación a la cual se verán expuesto en la marcha.

El muelle, es el encargado de establecer el apoyo en la fase de propulsión además que brinda un leve grado de amortiguación durante la fase de apoyo gracias a su deformación.

Finalmente la estructura, que es la encargada de soportar los elementos mencionados a su vez tiene como función complementaria cumplir con la función del talón del dispositivo.

4.VALIDACIÓN DEL CÓDIGO, PRUEBAS Y EVALUACIÓN DEL EMULADOR

Esta etapa consta básicamente de tres partes: la validación del código comparándolo con un estudio previo de análisis de marcha; la segunda corresponde a las pruebas que servirían para determinar los parámetros de diseño y finalmente la validación cinemática del emulador, mediante el código desarrollado.

Validación del código

Para la validación del código se procedió a emplear el estudio de análisis de marcha consignados por el Doctor David A. Winter [23], en su libro “Biomechanics and motor control of human movement”. Este estudio brinda los datos de entrada (coordenadas de los marcadores) y tabula los resultados obtenidos, tanto cinemáticos como cinéticos.

El procedimiento empleado fue utilizar las coordenadas de los marcadores, consignadas en el estudio del Doctor Winter, simulando los datos obtenidos a partir del video. Con ellas se realizó el modelamiento cinemático y cinético, con las cuales se compararon con los resultados obtenidos. Esta información fue para persona de 1.6m de altura, con una masa de 56.7Kg.

A continuación se muestran algunos de los resultados evaluados.

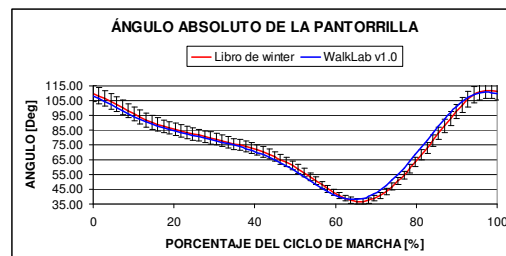


Figura 14. Curva comparativa del ángulo absoluto de la pantorrilla obtenida por el doctor Winter y utilizando WALKLAB

Esta grafica presenta un comportamiento muy similar al obtenido por el doctor Winter, donde se puede apreciar un error inferior al 4%. Este mismo procedimiento se utilizo para las aceleraciones, donde se obtuvieron errores inferiores al 7% indicando el buen comportamiento del código.

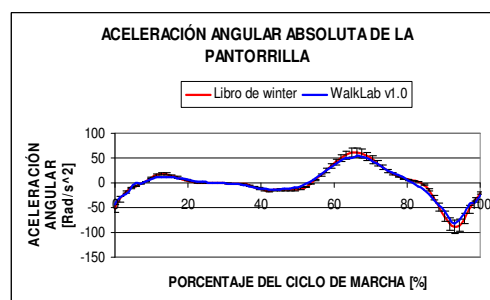


Figura 15. Curva comparativa de la aceleración angular absoluta de la pantorrilla

¹ [23] WINTER, David A. Biomechanics and motor control of the human movement. Universidad de Waterloo. 1990. p45-50

Pruebas [17],

Las pruebas consistieron en grabar el patrón de marcha de un hombre adulto con una masa de 80Kg y una altura de 1.8m y evaluarlo empleando la herramienta desarrollada (WalkLab v1.0). Esta herramienta es la encargada de entregar los resultados cinemáticos de la marcha, ángulos entre los segmentos (absolutos y relativos), velocidades lineales y rotacionales, a su vez que permite entregar la cinética en la articulación del tobillo.

A continuación se muestra algunos de los resultados entregados, para el análisis del individuo.

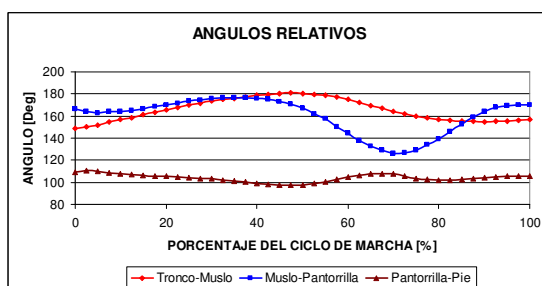


Figura 16. Ángulos relativos entre los segmentos del cuerpo para una persona de 80kg y una altura de 1.80m

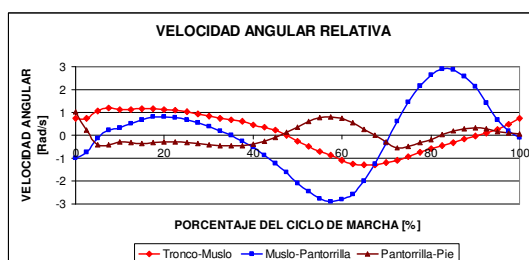


Figura 17. Velocidad angular relativa entre los segmentos del cuerpo para una persona de 80kg. y una altura de 1.80m

Validación cinemática del emulador

Para la validación del emulador se hizo el montaje del sistema al socket de la prótesis de un amputado transtibial. En la siguiente figura puede verse el emulador y el paciente [5].



Figura 18. Fotografía del paciente, donde se observa la ausencia del miembro inferior junto al emulador propuesto

Una vez realizado el montaje del emulador se hace la caracterización antropométrica del paciente, la cual consiste en pesarlo y medirlo, y se procede a realizar la filmación de la marcha, empleando marcadores en los puntos anatómicos clave.

Se realizaron dos tipos de filmaciones, en la primera el paciente camina con la prótesis con la que desarrolla su actividad cotidiana y con la que lleva más de 2 años, y la segunda con el emulador propuesto. Esto se hizo con el fin de comparar los resultados y observar el comportamiento del emulador. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

En las siguientes graficas se muestra el estudio realizado por el doctor Winter –línea Roja–, la curva entregada por la prótesis del paciente –línea Azul–; y finalmente la obtenida con el emulador de tobillo articulado –línea Marrón–.

Analizando la curva del ángulo relativo entre el muslo y la pantorrilla, se aprecia que el comportamiento de de los dispositivos –prótesis y emulador– es similar, sin embargo se observa un retraso en la flexión de la rodilla durante la segunda fase de doble apoyo cuando el paciente utiliza su prótesis, mientras que el movimiento con el emulador permite al paciente flexionar la rodilla en el mismo instante que una persona normal, este comportamiento se evidencia en la figura 19.

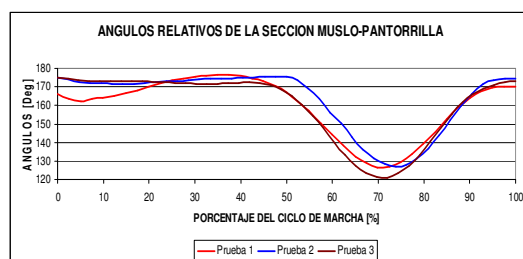


Figura 18. Coordenadas angulares relativas entre el muslo y la pantorrilla

Ahora bien, analizando el ángulo relativo entre la pantorrilla-pie, se muestra una leve aproximación hacia el comportamiento de una persona sin amputación durante la fase de apoyo (~60% del ciclo de marcha). Se observa es que el instante en el que el pie cambia de flexión plantar a posición neutra es mas cercano con el emulador propuesto que con la prótesis del paciente. Sin embargo, también se observa que el rango del movimiento de la flexión dorsal cumple con los parámetros de diseño, mientras que con la otra prótesis, escasamente logra la mitad de este movimiento

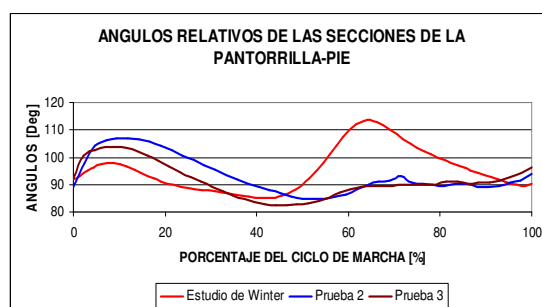


Figura 18. Angulo relativo entre la pantorrilla y el pie.

4. CONCLUSIONES

Durante el desarrollo del proyecto se utilizo la técnica videográfica como sistema de adquisición de datos y se corroboró que aumenta la versatilidad y eficacia de un análisis de marcha porque se extrae gran cantidad de información, permitiendo comprobar que las fases de la marcha se aproximan a los parámetros teóricos.

¹ [23] WINTER, David A. Biomechanic and motor control of the human movement. Universidad de Waterloo. 1990. p45-50

Se determinó que la mejor posición para la realización de las tomas es aproximadamente a 4m de la persona, porque mitiga los errores debido al ángulo relativo entre el paciente y la cámara. Este resultado fue empírico y es acorde con las pruebas realizadas por otros autores.

A partir de la metodología de Lagrange, con las ecuaciones de movimiento se muestra que el segmento compuesto por el tronco, brazos y cabeza es quien aporta la mayor parte de la energía gracias a su masa concentrada. Así mismo, la energía que aporta el pie es mínima comparada con la energía total del cuerpo, por consiguiente despreciar esta magnitud no genera grandes errores en los resultados obtenidos.

Las reacciones verticales en el tobillo, se ven afectadas por la fase del ciclo de marcha en la que se encuentren.

Mediante la herramienta WALKLAB v1.0, se nota que el máximo torque durante la ambulación se presenta en el tobillo finalizando la fase de apoyo simple, a su vez que se destaca el comportamiento vertical del centro de masa en el plano sagital es similar a una curva sinusoidal.

Adicionalmente el comportamiento del centro de masa en dirección horizontal es lineal, mostrando que la velocidad de marcha es prácticamente constante.

Analizando los resultados cinemáticas, obtenidos por el código WALKLAB v1.0, estos son acordes a las curvas teóricas trazadas en un análisis tridimensional. O sea, que en un estudio de cinemático de análisis de la marcha no es necesario generar una geometría 3D, debido a que los principales movimientos, y que los de mayor amplitud, se observan en el plano sagital.

Durante la realización de las pruebas con el emulador se destaca la rápida adaptación que tuvo el paciente, al compararla con su prótesis, a su vez que este presentó los movimientos de flexión plantar y dorsal para lo cual fue diseñado.

Al comparar el peso del emulador con la prótesis del paciente, se aprecia el sobrepeso del emulador. Sin embargo, este fenómeno no genero alteraciones en el patrón de marcha permitiendo obtener curvas de movimiento muy cercanas a las teóricas.

El estudio y resultado del Emulador muestran un aporte significativo para mejorar la calidad de vida de las personas afectadas por minas antipersonales. La investigación continuara hacia análisis en 3D y desarrollos de emuladores prototipos mas complejos que aporten soluciones

5. REFERENCIAS

- [1] BETANCOURT GALLEGO, Silvia Natalia; ZULUAGA PELÁEZ, Natalia Janeth; OSORIO GARCÍA, Maria Isabel. Biomecánica de la marcha. Mc. Graw Hill. 1992.
- [2] BRAIDOT, A. A.; Galardo, D.G. y Spineto, J. Laboratorio de Biomecánica de bajo costo. Desarrollo de un sistema de videografía digital. En CEIC, Biblioteca Digital Universidad Nacional de EntreRios, Argentina. 2000.
- [3] CAILLIET, Rene. Tobillo y pie: F.A. Davis Company, 1971. p. 173.
- [4] CASTRO, Rosmira; GONZALEZ, Fernando; RAMIREZ LOBO, Yolanda y LEAL ABADIA, Guillermo Ernesto. Conferencia de Minas Antipersonales. UIS. Julio 2008.
- [5] CORNER, John Michael's. Lower Limb Protheses, Universidad de New York. 1986, 354 p.
- [6] DONATELLI, Robert. The biomechanics of the foot and ankle: F.A. Davis Company, 1990. p. 284
- [7] GERE, James M. TIMOSHENCO, Stephen P. Mecánica de materiales. Internacional Thompson Editores. México.1998
- [8] GINSBERG Jerry H. Advanced Engineering, Dynamics, Cambridge University Press.1996.

- [9] Grupo de Bioingeniería, FACET Universidad Nacional de Tucumán, Argentina. PROYECTO ORTOPIE. Caracterización biomecánica de la estructura del conjunto pie-tobillo. Tucuman Argentina. 2003
- [10] HERNÁNDEZ DÍAZ, Gloria Isabel. Minas antipersonales en Colombia costo físico y emocional. Umbral Científico, Fundación Universitaria Manuela Beltrán. Bogotá. 2007
- [11] HUGHES, Janet. CLARK, Meter. KLENERMAN, Leslie. The important of the toes in walking. British Editorial Society of Bone and Joint Surgery. 1990
- [12] LOPES MELO, Sebastião Iberes. DOS SANTOS, Saray Giovanna. Antropometría Em Biomecânica: Características, Princípios E Modelos antropométricos. Revista Brasileira de Cineantropometria □□Desempenho Humano. 2006.
- [13] MERIAM J.L., Kraige L.G., Dinámica. Editorial Reverté, Barcelona 1999.
- [14] MOTT, Robert L. Diseño de Elementos de Máquinas. Prentice Hall Panamericana, México, 1995.
- [15] PATIL, K. M.; BRAAK, L. H.; HUSON, A. Modeling Analysis of stresses in two-dimensional models of normal and neuropathic feet. Biomedical Engineering division, Department of applied mechanics. Medical & Biological engineering & Computing. July 1996.
- [16] POLANCO GUTIÉRREZ, Ana María. Modelo biomecánico del pie para análisis de la marcha humana: Universidad de los Andes, 2004. p. 89
- [17] RASCH, Philip J y BURNE, Roger k. Kinesiología y Anatomía Aplicada. El Ateneo. 1985
- [18] SERWAY, Raymond A. BEICHNER, Robert J. FISICA, Para Ciencias e Ingeniería. McGraw Hill. Mexico, D.F. 2002.
- [19] SHIGLEY, Joseph E. MISCHKE, Charles R. Diseño en Ingeniería Mecánica. Mc Graw Hill. México. 1998
- [20] SOTO, V.M. y GUTIÉRREZ, M. Parámetros Inerciales Para El Modelado Biomecánico Del Cuerpo Humano. REVISTA MOTRICIDAD. 1996
- [21] VERGARA CABEZA, Inés Sofia. Análisis cinético de marcha para pacientes con prótesis de miembros inferiores. Universidad de los andes. Facultad de ingenierías. Ingeniería mecánica. Bogotá .2005
- [22] WEBER, Wilhelm. WEBER, Eduard. Mechanics of the Human Walking Apparatus. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. New York. 1992.
- [23] WINTER, David A. Biomechanics and motor control of human movement, John Wiley / Sons, Inc, Waterloo 1990.
- [24] WOLF, Peter. Tarsal Kinematics. Swiss Federal Institute of Technology Zurich. 2006.

¹ [23] WINTER, David A. Biomechanics and motor control of the human movement. Universidad de Waterloo. 1990. p45-50