# Capacidad de carga estática generalizada en rodamientos de vuelco de contacto angular de 4 puntos. Influencia de la precarga.

J. Aguirrebeitia Celaya<sup>(1)</sup>, J. Plaza Gonzalez<sup>(2)</sup>, M. Abasolo Bilbao<sup>(1))</sup>, J. Vallejo Matilla<sup>(1)</sup>

(1) Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad del País Vasco josu.aguirrebeitia@ehu.es

(2) Dpto. de Tecnología Mecánica. Gamesa Innovation and Technology

En este trabajo se presenta la generalización de trabajos anteriores desarrollados por el grupo ADM-Bilbao en el ámbito del cálculo y la selección de rodamientos de vuelco, donde se deducían expresiones para el cálculo de la capacidad estática generalizada en rodamientos de vuelco de contacto angular de 4 puntos. En esos trabajos se consideraba que no existía precarga alguna entre pistas y bolas. El presente desarrollo incluye los efectos de la precarga suministrada a los contactos bola-pista de tal forma que los resultados se adecúan más a las casuísticas reales que se manejan en la práctica. Asimismo, se presenta la modificación de un modelo de elementos finitos desarrollado anteriormente por el grupo de trabajo, en el que se incluye la posibilidad de precargar las bolas, con el objetivo de validar los resultados proporcionados por el modelo teórico. De los resultados se extrae por una parte que la capacidad de carga estática se ve influenciada por la precarga del rodamiento, mientras que por otra parte se constata que la rigidez del rodamiento aumenta con el nivel de precarga.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los rodamientos de vuelco se utilizan para orientar sistemas funcionales de gran magnitud; una de las aplicaciones más comunes (por volumen de ventas) de este tipo de rodamiento se da en las uniones pala-rotor y góndola-torre en aerogeneradores (Figura 1). Uno de los factores clave en el funcionamiento de los rodamientos de vuelco, en ésta y otras aplicaciones, es la rigidez. Las acciones exteriores, que pueden ser fuerzas axiales, radiales y momentos de vuelco, generan deformaciones que pueden llegar a ser inadmisibles para el buen funcionamiento del sistema (más aún en aplicaciones de sistemas robóticos de precisión). El parámetro que más influye en la rigidez es la precarga, que en este tipo de rodamientos se consigue introduciendo bolas de diámetro ligeramente superior al definido de forma cinemática. Esto es así debido al carácter no lineal del contacto elíptico que se da entre las pistas y las bolas, en el que la carga es proporcional a una potencia de la deformación superior a la unidad. Adicionalmente, una ligera precarga supone otra serie de ventajas como la reducción de fenómenos vibratorios debido a eventuales juegos bola-pista así como deslizamientos indeseados que reducen la vida de los rodamientos. Sin embargo, una precarga excesiva redunda en dos aspectos perjudiciales. Por una parte, el par necesario para accionar la parte conducida aumenta, quedando así sobredimensionada la fuente de potencia; por otra parte, la carga inicial que sufren los elementos rodantes aumenta, con lo que la tensión media en el ciclo de tensiones del contacto bola-pista aumenta, pudiendo redundar en un descenso en la vida esperable (si bien con la precarga la parte variable de la tensión disminuve debido a un reparto más uniforme de la carga). Finalmente, la capacidad de carga estática también se ve modificada con la precarga, aunque no siempre de forma negativa, tal y como se deduce de los resultados obtenidos.



Figura 1. Rodamientos pala-rotor y góndola-poste.

A lo largo de los trabajos anteriores [1-3], los autores han ido desarrollando gradualmente una metodología para el cálculo y la selección de rodamientos de vuelco atendiendo a su capacidad de carga estática generalizada tanto para rodamientos angulares de vuelco de cuatro puntos de contacto como para rodamientos con tres hileras de rodillos y de rodillos cruzados. El método se basa en el clásico concepto de interferencia geométrica, en el que se generalizaron trabajos anteriores [4,5]. Según este método, se calculan directamente aquellas combinaciones de las acciones exteriores (fuerza axial, radial y momento) que hacen que el rodamiento se agote de forma estática según se detalla en la norma [6]. Representando esas combinaciones en el espacio tridimensional de carga Fa-Fr-M, se define una superficie de aceptación, normalizada de tal forma que solo depende del ángulo inicial de contacto y de la conformidad bola-pista [3]. Para validar el modelo teórico, se desarrolló un modelo de elementos finitos [2,3], obteniendo unos resultados satisfactorios, si bien existen diferencias debido principalmente a la influencia de la flexibilidad de los anillos, factor que el modelo teórico no considera.

En el presente trabajo se da un paso más, en el que se introduce en el modelo teórico la precarga. De esta forma, el modelo permite estimar la influencia de la precarga en la rigidez y en la capacidad estática del rodamiento, dos de los parámetros clave en el proceso de selección de estos rodamientos. Paralelamente, se ha adaptado el modelo de elementos finitos anterior para posibilitar la introducción de la precarga en las bolas, a fin de validar los resultados obtenidos del modelo teórico.

## 2. MÉTODO ANALÍTICO

Tal y como se ha hecho en trabajos anteriores [1-3], en primer lugar se formula el campo de interferencia geométrica con anillos rígidos y bolas deformables. A continuación, se plantean las combinaciones de interferencias que hacen que la bola más cargada alcance la deformación máxima admisible, lo cual define la superficie de aceptación en el espacio de las deflexiones. Y por ultimo, planteando el equilibrio de fuerzas y momentos se obtiene la superficie de aceptación en el espacio de carga.

#### 2.1. Modelo de interferencia geométrica

La Figura 2 muestra el sistema de referencia así como la nomenclatura utilizada y el modelo de interferencia geométrica ante unos desplazamientos del anillo interior con respecto del exterior de  $\delta_{a}$ ,  $\delta_{r}$ ,  $\delta_{\theta}$ , tal y como se hacía en [3], pero con la diferencia de que aquí se introduce un desplazamiento inicial debido a la precarga  $\Delta_p$ .  $\Psi$  es el ángulo azimutal, que indica la posición de una bola en el rodamiento;  $c_1$  es la dirección del contacto entre la pista superior del anillo interior, y la pista inferior del anillo exterior y  $c_2$  es la dirección del contacto entre la pista inferior del anillo interior, y la pista superior del anillo exterior.  $d_w$  y  $d_{pw}$  son, respectivamente, el diámetro de bola y el diámetro de centro de bolas;  $r_c$  es el radio de garganta de la pista, idéntico para las cuatro pistas. Se define la conformidad entre bola y pista como sigue:

Capacidad de carga estática generalizada en rodamientos de vuelco de contacto angular de 4 puntos. Influencia de la precarga.

$$s = \frac{d_w}{2r_c} \tag{1}$$

Los ángulos de contacto entre las pistas y la bola situada a un ángulo  $\Psi$  pueden expresarse mediante las ecuaciones (2,3).



Figura 2. Cargas aplicadas, sistema de referencia y modelo de interferencia.

$$\alpha_{1} = \tan^{-1} \left[ \frac{\Delta_{a}^{P} + \delta_{a} + \delta_{\theta} \cos\psi}{\Delta_{r}^{P} + \delta_{r} \cos\psi} \right] \qquad \alpha_{2} = \tan^{-1} \left[ \frac{\Delta_{a}^{P} - \delta_{a} - \delta_{\theta} \cos\psi}{\Delta_{r}^{P} + \delta_{r} \cos\psi} \right]$$
(2)

$$\delta_{1} = \sqrt{\left(\Delta_{a}^{P} + \delta_{a} + \delta_{\theta} \cos\psi\right)^{2} + \left(\Delta_{r}^{P} + \delta_{r} \cos\psi\right)^{2}} - \sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}$$

$$\delta_{2} = \sqrt{\left(\Delta_{a}^{P} - \delta_{a} - \delta_{\theta} \cos\psi\right)^{2} + \left(\Delta_{r}^{P} + \delta_{r} \cos\psi\right)^{2}} - \sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}$$
(3)

donde:

$$\delta_{\theta} = \theta d_{pw}/2$$

$$\Delta_{a} = \left[ \left( 2r_{c} - d_{w} \right) \right] \sin \alpha_{0} \qquad \Delta_{r} = \left[ \left( 2r_{c} - d_{w} \right) \right] \cos \alpha_{0} \qquad (4)$$

$$\Delta_{a}^{P} = \left[ \left( 2r_{c} - d_{w} \right) + \Delta_{P} \right] \sin \alpha_{0} \qquad \Delta_{r}^{P} = \left[ \left( 2r_{c} - d_{w} \right) + \Delta_{P} \right] \cos \alpha_{0}$$

## 2.2. Superficie de aceptación en el espacio de las interferencias

Tal y como se planteó en trabajos anteriores, el valor máximo de la tensión de contacto calculada de forma elástica según la formulación de Hertz es 4200 MPa [6]. Cuando la bola más cargada llega a esta tensión, entonces se considera que el rodamiento alcanza su estado admisible desde el punto de vista estático. La primera tarea consiste en derivar las expresiones (3) con respecto de  $\Psi$  para conocer cuándo las deflexiones son máximas.

$$\frac{\partial \delta_{1}}{\partial \psi} = -\frac{\sin \psi \left[ \delta_{\theta} \left( \Delta_{a}^{P} + \delta_{a} + \delta_{\theta} \cos \psi \right) + \delta_{r} \left( \Delta_{r}^{P} + \delta_{r} \cos \psi \right) \right]}{\sqrt{\left( \Delta_{a}^{P} + \delta_{a} + \delta_{\theta} \cos \psi \right)^{2} + \left( \Delta_{r}^{P} + \delta_{r} \cos \psi \right)^{2}}}$$

$$\frac{\partial \delta_{2}}{\partial \psi} = \frac{\sin \psi \left[ \delta_{\theta} \left( \Delta_{a}^{P} - \delta_{a} - \delta_{\theta} \cos \psi \right) - \delta_{r} \left( \Delta_{r}^{P} + \delta_{r} \cos \psi \right) \right]}{\sqrt{\left( \Delta_{a}^{P} - \delta_{a} - \delta_{\theta} \cos \psi \right)^{2} + \left( \Delta_{r}^{P} + \delta_{r} \cos \psi \right)^{2}}}$$
(5)

Los valores extremos serán aquellos que anulen las expresiones (5):

$$\sin \psi = 0 \rightarrow \psi = \{0, \pi\} \quad \cos \psi = -\frac{\delta_{\theta} \left(\delta_{a} + \Delta_{a}^{P}\right) + \Delta_{r}^{P} \delta_{r}}{\delta_{r}^{2} + \delta_{\theta}^{2}}$$

$$\cos \psi = -\frac{\delta_{\theta} \left(\delta_{a} - \Delta_{a}^{P}\right) + \Delta_{r}^{P} \delta_{r}}{\delta_{r}^{2} + \delta_{\theta}^{2}} \tag{6}$$

El valor de la interferencia que causa fallo estático en la bola no es dependiente de la precarga, y Houpert [7] y Daidié [8] obtuvieron expresiones para la presión y la deflexión para bolas y pistas de acero a partir de las fórmulas de Hertz:

$$\begin{cases} P_{\max} = 1.84 \cdot 10^{3} (1-s)^{0.2117} \left( 1 \pm \frac{d_{w} \cos \alpha}{d_{pw}} \right)^{-0.4550} \frac{Q^{\frac{\gamma}{3}}}{d_{w}^{\frac{\gamma}{3}}} \\ \delta = 8.97 \cdot 10^{-4} (1-s)^{0.1946} \frac{Q^{\frac{\gamma}{3}}}{d_{w}^{\frac{\gamma}{3}}} \end{cases}$$
(7)

Donde *Q* es la carga aplicada y *s* la conformidad según viene expresada en (1). Imponiendo una presión máxima de 4200 MPa y suponiendo que  $d_{pw} >> d_w$ , lo cual es común en rodamientos de vuelco, el valor límite de la deflexión queda:

$$\delta_{\rm lim} = 4.6736 \cdot 10^{-3} (1 - s)^{-0.2288} d_w \tag{8}$$

Se propone un mapeado esférico para las interferencias, que después se sustituirá en los campos de interferencia:

$$\begin{cases} \delta_a = \varepsilon d_w \sin \phi \cos \varphi \\ \delta_r = \varepsilon d_w \sin \phi \sin \varphi & 0 \le \phi \le \pi, \ 0 \le \varphi < 2\pi \\ \delta_\theta = \varepsilon d_w \cos \phi \end{cases}$$
(9)

E imponiendo el valor límite (8) de la deflexión a las ecuaciones (3) teniendo en cuenta las condiciones de máximo (6), y el mapeado esférico de las interferencias (9), se obtienen las 6 ecuaciones de se detallan a continuación:

$$\delta_{1}(\psi=0) = 4.6736 \cdot 10^{-3} (1-s)^{-0.2288} d_{w}$$

$$= \sqrt{\left(\Delta_{a}^{P} + \varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi + \varepsilon \cos \phi\right)^{2} + \left(\Delta_{r}^{P} + \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \phi\right)^{2}} - \sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}$$
(10)

$$\delta_{1}(\psi = \pi) = 4.6736 \cdot 10^{-3} (1 - s)^{-0.2288} d_{w}$$

$$= \sqrt{\left(\Delta_{a}^{P} + \varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi - \varepsilon \cos \phi\right)^{2} + \left(\Delta_{r}^{P} - \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \varphi\right)^{2}} - \sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}$$
(11)

$$\delta_{1} \left( \cos \psi = -\frac{\delta_{\theta} \left( \delta_{a} + \Delta_{a}^{p} \right) + \Delta_{r}^{p} \delta_{r}}{\delta_{r}^{2} + \delta_{\theta}^{2}} \right) = 4.673610^{-3} (1 - s)^{-0.2288} d_{w}$$

$$=$$

$$\left[ \sqrt{\Delta_{a}^{p} + \varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi - \varepsilon d_{w} \cos \phi \left( \frac{\varepsilon d_{w} \cos \phi (\varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi + \Delta_{a}^{p}) + \Delta_{r}^{p} \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \varphi)}{(\varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \varphi)^{2} + (\varepsilon d_{w} \cos \phi)^{2}} \right) \right]^{2}} + \frac{1}{\sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}} \right]$$

$$\left| + \left( \Delta_{r}^{p} - \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \phi \left( \frac{\varepsilon d_{w} \cos \phi (\varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi + \Delta_{a}^{p}) + \Delta_{r}^{p} \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \varphi)}{(\varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \phi)^{2} + (\varepsilon d_{w} \cos \phi)^{2}} \right) \right]^{2} + \frac{1}{\sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}} \right]$$

$$\delta_{2}(\psi = 0) = 4.673610^{-3} (1 - s)^{-0.2288} d_{w}$$

$$(12)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\Delta_a^P - \varepsilon d_w \sin\phi \cos\phi - \varepsilon \cos\phi\right)^2 + \left(\Delta_r^P + \varepsilon d_w \sin\phi \sin\phi\right)^2}} - \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_r^2}$$
(13)

$$\delta_2(\psi = \pi) = 4.673610^{-3}(1-s)^{-0.2288}d_w$$

$$= \sqrt{\left(\Delta_a^p - \varepsilon d_w \sin\phi\cos\varphi + \varepsilon\cos\phi\right)^2 + \left(\Delta_r^p - \varepsilon d_w \sin\phi\sin\varphi\right)^2} - \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_r^2}$$
(14)

$$\delta_2 \left( \cos \psi = -\frac{\delta_\theta (\delta_a - \Delta_a) + \Delta_r \delta_r}{\delta_a - \Delta_a + \Delta_r \delta_r} \right) = 4.673610^{-3} (1 - s)^{-0.2288} d_w$$

$$= \frac{\left(\Delta_{a}^{P} - \varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi + \varepsilon \cos \phi \left(\frac{\varepsilon d_{w} \cos \phi (\varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi - \Delta_{a}^{P}) + \Delta_{r}^{P} \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \varphi}{(\varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \varphi)^{2} + (\varepsilon d_{w} \cos \phi)^{2}}\right)\right)^{2}} + \frac{1}{\sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}}$$

$$\left(\Delta_{r}^{P} - \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \phi \left(\frac{\varepsilon d_{w} \cos \phi (\varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi - \Delta_{a}^{P}) + \Delta_{r}^{P} \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \varphi}{(\varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \phi)^{2} + (\varepsilon d_{w} \cos \phi)^{2}}\right)\right)^{2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}}$$

$$\left(\Delta_{r}^{P} - \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \phi \left(\frac{\varepsilon d_{w} \cos \phi (\varepsilon d_{w} \sin \phi \cos \varphi - \Delta_{a}^{P}) + \Delta_{r}^{P} \varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \phi}{(\varepsilon d_{w} \sin \phi \sin \phi)^{2} + (\varepsilon d_{w} \cos \phi)^{2}}\right)\right)^{2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta_{a}^{2} + \Delta_{r}^{2}}}$$

Para cada par  $\varphi_i - \phi_j$ , aquella ecuación que dé el menor valor positivo de  $\varepsilon$  será la limitante y la que da el fallo. Con ese valor de  $\varepsilon$  se calculan con la expresión (9) las combinaciones de los desplazamientos que dan como resultado la deflexión límite (8).

#### 2.3. Equilibrio de fuerzas. Superficie de aceptación en el espacio de carga

Una vez se han calculado las combinaciones de desplazamientos axiales, radiales y angulares que dan la deflexión límite, el siguiente paso consiste en calcular qué combinaciones de acciones los provocan, por medio del planteamiento del equilibrio de fuerzas. Después de ciertas operaciones matemáticas, dicho equilibrio desemboca en el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{F_a}{ZK\delta_{\lim}^{\frac{3}{2}}\sin\alpha_{\lim}} &= \frac{F_a}{C_{0a}} = \frac{1}{2\pi}\int_{\delta^+} \left(\frac{\delta_{1,\nu}}{\delta_{\lim}}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\sin\alpha_{1,\nu}}{\sin\alpha_{\lim}}d\psi &- \frac{1}{2\pi}\int_{\delta^+} \left(\frac{\delta_{2,\nu}}{\delta_{\lim}}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\sin\alpha_{2,\nu}}{\sin\alpha_{\lim}}d\psi \\ \frac{F_r \tan\alpha_0}{ZK\delta_{\lim}^{\frac{3}{2}}\sin\alpha_{\lim}} &= \frac{F_r \tan\alpha_0}{C_{0a}} = \frac{\tan\alpha_0}{\tan\alpha_{\lim}}\frac{1}{2\pi}\int_{\delta^+} \left(\frac{\delta_{1,\nu}}{\delta_{\lim}}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\cos\alpha_{1,\nu}}{\cos\alpha_{\lim}}\cos\psi d\psi &+ \frac{\tan\alpha_0}{\tan\alpha_{\lim}}\frac{1}{2\pi}\int_{\delta^+} \left(\frac{\delta_{2,\nu}}{\delta_{\lim}}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\cos\alpha_{2,\nu}}{\cos\alpha_{\lim}}\cos\psi d\psi \\ \frac{M}{ZK\delta_{\lim}^{\frac{3}{2}}\sin\alpha_{\lim}d_{\mu\nu}} &= \frac{M}{d_{\mu\nu}C_{0a}} = \frac{1}{4\pi}\int_{\delta^+} \left(\frac{\delta_{1,\nu}}{\delta_{\lim}}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\sin\alpha_{1,\nu}}{\sin\alpha_{\lim}}\cos\psi d\psi &- \frac{1}{4\pi}\int_{\delta^+} \left(\frac{\delta_{2,\nu}}{\delta_{\lim}}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\sin\alpha_{2,\nu}}{\sin\alpha_{\lim}}\cos\psi d\psi \end{cases}$$
(16)

Donde *K* es la constante herciana que se obtiene a partir de (7):

$$K = 3722 d_w^{\frac{1}{2}} (1-s)^{-0.2918}$$
<sup>(17)</sup>

Y *a*<sub>lim</sub> es el ángulo de presión para carga exclusivamente axial y para el caso en que todas las bolas tengan una deflexión igual a la deflexión límite (8) y que puede calcularse a partir de la siguiente expresión:

$$\frac{\delta_{\lim} \sin \alpha_{\lim}}{\sin (\alpha_{\lim} - \alpha_0)} = \frac{\Delta_P + \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_r^2}}{\sin (90 - \alpha_{\lim})}$$
(18)

Las integrales de las expresiones (16) se calculan para cada caso de interferencia, y son puntos en el espacio de carga (cargas normalizadas) que dan lugar a la superficie de aceptación en el espacio de carga, tal y como aparece en [1].

#### **3. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS**

En [2] se desarrolló un modelo de elementos finitos multiparamétrico para evaluar la validez del modelo teórico a la hora de calcular la capacidad de carga estática; de acuerdo con el modelo ideado por Daidié [8], las bolas se sustituyen por sistemas de cáscaras, vigas y resortes tal y como se ilustra en las Figuras 3a y 3b. El resorte, cuya rigidez simula la rigidez a compresión de las bolas, ha sido convenientemente adaptado en este trabajo para poder introducir la precarga deseada. Para ello, se ha dividido el resorte en tres elementos de igual longitud L/3 (ver Figura 3c). Mientras dos de los elementos son elementos de tipo "spring" que en conjunto simulan la rigidez de la bola, el elemento central es una barra infinitamente rígida (que no influye en la rigidez del sistema) cuya longitud inicial se reduce un determinado valor (x) a fin de producir una deformación inicial total ( $\delta_p$ ) en los elementos "spring". Debido a esta deformación inicial, en la bola se desarrolla una precarga ( $Q_p$ ), tal y como se ilustra en la Figura 3d.

Por su parte, y según se observa en la Figura 4, las cargas externas (fuerza axial, radial y/o momento) son aplicadas en el centro del rodamiento y se transmiten al anillo exterior a través de una "tela de araña" formada por barras rígidas; finalmente, el anillo interior se fija al elemento rígido (simulado por un anillo rígido en la base del rodamiento) a través de unos tornillos precargados al 70% de su carga de fluencia.



Figura 3. Modelado de las bolas del rodamiento: a) b) modelo original de Daidié [2,8] c) d) modelo adaptado para la introducción de la precarga.



Figura 4. Detalle de la sección transversal del rodamiento y modelo completo

## 4. RESULTADOS

El rodamiento analizado, cuyo modelo de elementos finitos es el mostrado en la Figura 4, tiene un diámetro medio de 214 mm, con 33 bolas de diámetro 20 mm y conformidad s=0.943 (estas dimensiones corresponden a un rodamiento comercial de la casa IRAUNDI).

En la Figura 5 se representa las capacidades de carga estática axial, radial y de momento del rodamiento (normalizados respecto a la capacidad del rodamiento sin precargar), para distintos valores de precarga (porcentaje de precarga expresado en términos de interferencia, no de carga). Los resultados corresponden tanto al modelo teórico como al modelo de elementos finitos (ALFA\_VBLE y EF, respectivamente, en la leyenda de los gráficos). En primer lugar, la Figura 5a muestra la evolución de la capacidad axial con la precarga, en la cual se observa que la capacidad disminuye según se incrementa la precarga. En segundo lugar, en la Figura 5b se observa que la capacidad de momento aumenta para niveles bajos de precarga, para después decrecer. Finalmente, según se ilustra en la Figura 5c, el modelo teórico predice un aumento de la capacidad radial para valores reducidos de precarga; no obstante, el modelo de EF da como resultado una capacidad decreciente. Esta diferencia tiene su causa en la rigidez del rodamiento: mientras el modelo teórico considera anillos rígidos, en el modelo de EF éstos son flexibles. Esto provoca que la distribución de cargas sea notablemente distinta en un caso y en otro, con lo que las capacidades también difieren. Para corroborar esta afirmación, se ha modificado el modelo de EF aumentando la rigidez de los anillos, y se observa que en ese caso los resultados sí siguen el mismo patrón que los teóricos (ver Figura 5c). Pese a que este fenómeno también se da para las cargas axiales y de momento, es bajo cargas radiales donde más se deforman los anillos y por tanto donde más acusada es su influencia, tal y como ha quedado de manifiesto en los resultados mostrados.

Pese a que no se muestran en este documento, también se han obtenido resultados de desplazamiento del anillo frente a carga aplicada (axial, radial o momento), que demuestran que la rigidez (y con ello la precisión) del rodamiento aumentan con el nivel de precarga.





Figure 5. Capacidades del rodamiento para diferentes niveles de precarga, resultados teóricos y de EF: (a) capacidad axial; (b) capacidad de momento; (c) capacidad radial.

#### **5. CONCLUSIONES**

Este trabajo toma como base anteriores trabajos del grupo ADM-Bilbao, en los cuales se desarrollaba un modelo teórico para el cálculo de la capacidad de carga estática de rodamientos de vuelco de contacto angular de 4 puntos, e introduce la influencia de la precarga en el mismo. Mediante este modelo, se ha cuantificado la variación de la capacidad estática y de la rigidez del rodamiento bajo diferentes valores de precarga. Paralelamente, se ha adaptado un modelo de elementos finitos para introducir precarga en las bolas y de esta forma posibilitar la validación del modelo teórico. La comparación de los resultados de ambos modelos ha sido en general muy satisfactoria, si bien existe alguna discrepancia debido a que el modelo teórico no considera la flexibilidad de los anillos del rodamiento.

#### **6. REFERENCIAS**

[1] J. Aguirrebeitia, R. Avilés, I. Fernández de Bustos, M. Abasolo. *Calculation of the General Static Load-Carrying Capacity for the Design of Four Contact Point Slewing Bearings*. Journal of Mechanical Design, 132 (2010), 064501.

[2] J. Aguirrebeitia, M. Abasolo, R. Avilés, I. Fernández de Bustos. *General Static Load-carrying Capacity for the Design and Selection of Four Contact Point Slewing Bearings. Finite Element Calculations and Theoretical Model Validation*. Finite Elements in Analysis and Design, 55 (2012), 23-30.

[3] J. Aguirrebeitia, J. Plaza, M. Abasolo, J. Vallejo. *General Static Load-Carrying Capacity of Four-Contact-Point Slewing Bearings for Wind Turbine Generator Actuaction Systems*. Wind Energy, En proceso de publicación (WE-11-0229.R2).

[4] H. Sjoväll. *The load distribution within ball and roller bearings under given external radial and axial load.* Teknisk Tidskrift, Mek., h.9, (1933).

[5] J. Rumbarger. Thrust bearing with eccentric loads. Mach. Des., (1962).

[6] International Organization for Standardization, *Rolling Bearings – Static Load Ratings*, ISO 76:2006, 3rd edition (2006).

[7] L. Houpert. An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity – Part 1. ASME Journal of Tribology, 123 (2001), 582-588.

[8] A. Daidié, Z. Chaib, A. Ghosn. *3D Simplified Finite Elements Analysis of Load and Contact Angle in a Slewing Ball Bearing.* ASME Journal of Mechanical Design, 130 (2008), 082601.