



Síntesis estructural de las familias de manipuladores paralelos de 3 grados de libertad

J.I. Ibarreche Mendía ⁽¹⁾, O. Altuzarra Maestre ⁽²⁾, V. Petuya Arcocha ⁽²⁾, A. Hernández Frías ⁽²⁾.

(1) Aernnova Engineering. Parque tecnológico de Álava.

(2) Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad del País Vasco UPV-EHU
a.hernandez@ehu.es

El objeto de este artículo es obtener de una forma sistemática todas las familias de manipuladores paralelos de 3 grados de libertad. Sólo se considerarán manipuladores completamente paralelos cuyas patas sean estructuralmente iguales. Los patrones de movimiento del elemento terminal que deben tenerse en cuenta son: 3T, 2T1R, 1T2R y 3R, donde T y R hacen referencia al carácter de traslación y rotación de los grados de libertad. La metodología a seguir utiliza los conceptos de la teoría de grupos de desplazamientos aplicada a la síntesis estructural de manipuladores paralelos.

Palabras clave: manipulador paralelo, síntesis estructural, grupos de desplazamientos, ligadura cinemática, patrón de movimiento

1 INTRODUCCIÓN

A fin de diseñar un Manipulador Paralelo (MP de aquí en adelante) para una aplicación concreta, el primer paso consiste en identificar los requisitos de funcionamiento a partir de las especificaciones del cliente. Dentro de estos requisitos se encuentra el denominado patrón de movimiento de la plataforma [1]. Por tal se entiende el número y tipo de grados de libertad (GDL de aquí en adelante) de la plataforma, esto es, si son de rotación o de traslación, así como sus correspondientes direcciones. A partir de aquí, ya puede realizarse la síntesis estructural (también denominada morfológica) la cual tiene por objeto determinar la topología del MP, de forma que su plataforma móvil se ajuste a un determinado patrón de movimiento.

Hay varios métodos que pueden utilizarse para realizar la síntesis estructural. Uno de ellos es la teoría de grupos de desplazamientos, la cual emplea las propiedades matemáticas de Grupo de Lie que poseen los desplazamientos de sólido rígido. Estos conceptos matemáticos no fueron introducidos en el ámbito de la síntesis estructural de mecanismos hasta los primeros trabajos de J. Hervé [2]. De esta manera, la cinemática del sólido rígido se plantea a partir del grupo general de desplazamientos de sólido rígido de dimensión 6 y de sus 12 Subgrupos. Uno de los conceptos utilizados es el de ligadura cinemática $L(i, j)$ entre dos elementos i y j que se define como el desplazamiento relativo entre dichos elementos. Cada una de las cadenas cinemáticas o patas del MP genera en su elemento terminal un desplazamiento que debe ser compatible con el patrón de movimiento requerido. El desarrollo de las diferentes ligaduras cinemáticas, así como la definición de sus posibles materializaciones mediante juntas cinemáticas, es un aspecto fundamental en la síntesis estructural.

A partir de los conceptos anteriores, se pretende obtener de una forma sistemática todas las familias de manipuladores paralelos de 3 grados de libertad. Sólo se considerarán manipuladores completamente paralelos cuyas patas sean estructuralmente iguales, estando ubicadas de forma simétrica preferentemente. Los patrones de movimiento del elemento terminal a estudiar son 3T, 2T1R, 1T2R y 3R, donde T y R hacen referencia al

carácter de traslación y rotación de los grados de libertad. La metodología que se va a seguir es básicamente la expuesta en la referencia [3].

Las arquitecturas resultantes serán identificadas como existentes en caso de que hayan sido referenciadas en trabajos previos, o como novedosas en caso contrario. De esta manera, estas últimas podrían constituir una fuente de nuevos diseños.

2 FUNDAMENTOS Y PREMISAS DE LA SÍNTESIS

A fin de sistematizar el estudio de los MP de 3 GDL, se han de tener en cuenta las siguientes premisas:

1. Cada cadena cinemática ha de tener como mínimo el mismo número y tipo de GDL que el elemento terminal del MP. Si las cadenas cinemáticas tienen 6 GDL, la intersección de sus patrones de movimiento no introducen ninguna restricción por lo que el número de GDL del MP seguirá siendo 6. Por lo tanto, el número de GDL de las cadenas cinemáticas a considerar será un mínimo de 3 y un máximo de 5.
2. La estructura de las cadenas cinemáticas se obtendrá combinando los pares cinemáticos necesarios para obtener el número y tipo de GDL requerido. Concretamente, los pares cinemáticos a utilizar serán: de 1 GDL (Rotación R y Prismático P), de 2 GDL (Cilíndrico C y Junta Universal U) y de 3 GDL (Esférico S).
3. El patrón de movimiento que resulta en el elemento terminal de la cadena es el producto de los subgrupos de desplazamiento que componen la ligadura cinemática de dicha cadena. Dicho de otra manera, el producto de las matrices que los representan. Si no hay pares cinemáticos redundantes en la cadena, el número de GDL del elemento terminal de la misma es la suma de los GDL de los pares que la componen.
4. Aspectos geométricos y nomenclatura. Es necesario tener en cuenta la geometría de las cadenas cinemáticas anteriores. Por ejemplo, si la cadena RRR tiene los tres ejes paralelos el desplazamiento generado es 2T1R, si únicamente son dos el desplazamiento será 1T2R. Una cadena RRRRR con todos sus ejes paralelos genera en el elemento terminal únicamente 3GDL con un desplazamiento 2T1R. Sin embargo, si 3 pares R son paralelos entre sí y los otros dos también lo son entre sí e independientes de los anteriores, el desplazamiento es 3T2R. Por ello, al denominar la cadena por sus pares, si los ejes de los pares que la componen son paralelos se indicarán subrayados o supra-rayados (por ejemplo $\underline{\text{RRRRR}}$ para el caso anterior). Para indicar que los ejes se cortan se pondrán entre paréntesis (por ejemplo $\text{RR}(\text{RRR})$ para el caso 2T3R). Finalmente, el par actuado también se subraya (doble subrayado en caso de coincidencia con otro subrayado).
5. Los manipuladores contruidos a partir de patas con ligaduras de dimensión 3 deben de tener 6 restricciones redundantes para garantizar la movilidad deseada en la plataforma. Los contruidos a partir de patas con ligaduras de dimensión 4 deben de tener 3 restricciones redundantes para garantizar la movilidad deseada en la plataforma. Los contruidos a partir de patas con ligaduras de dimensión 5 ya no tienen restricciones redundantes. Todo esto podrá verse con claridad si se aplica el criterio de Grübler a los diferentes ejemplos.
6. Finalmente, en este trabajo únicamente se van a considerar cadenas cinemáticas con la misma dimensión que su correspondiente ligadura cinemática. Es decir, no se considerarán pares redundantes como en el caso de la cadena $\underline{\text{RRRR}}$ correspondiente al patrón de movimiento 2T1R.

3 GENERACIÓN DE MANIPULADORES PARALELOS DE 3 GDL

Una vez obtenidas todas las posibles cadenas cinemáticas generadoras de desplazamientos de 3, 4 y 5 GDL que pueden ser empleadas [3], es necesario combinarlas de forma que se obtenga el patrón de movimiento deseado en el MP de 3GDL. Todos los posibles patrones de movimiento a considerar en la síntesis estructural son los siguientes: 3T0R, 2T1R, 1T2R y 0T3R. Los pasos a seguir son:

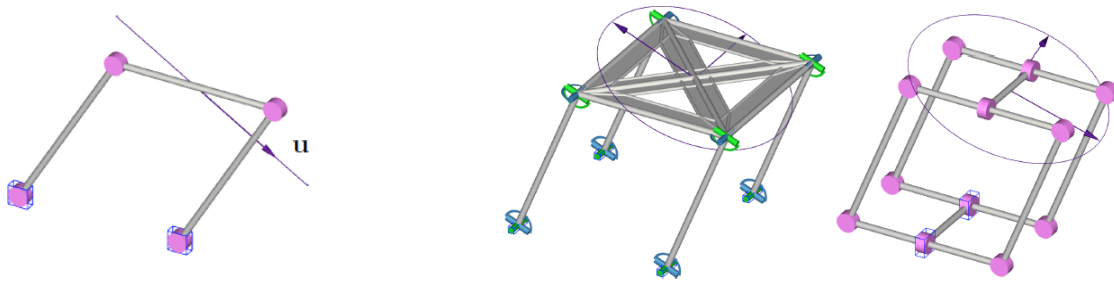
1. Selección de las cadenas cinemáticas que incluyan como mínimo el patrón de movimiento considerado en ese momento.

2. Se van realizando configuraciones de 3 cadenas cinemáticas idénticas con tal disposición geométrica que la intersección de los patrones de movimiento de las 3 cadenas resulte ser el buscado.

En este trabajo se van a obviar los MP planos por considerar que están suficientemente estudiados en la bibliografía. En las figuras que se muestran a continuación aparecen dibujados los patrones de movimiento de la plataforma según el siguiente criterio: los ejes con doble flecha representan las direcciones de los ejes de los GDL de rotación y con una única flecha las direcciones de traslación.

3.1 Desplazamientos 3TOR

Este tipo de MP se conoce en la literatura especializada por su acrónimo en inglés, TPM (Translational Parallel Manipulator). Únicamente las ligaduras cinemáticas con desplazamientos que contengan como mínimo las tres traslaciones permitirán obtener este tipo de MP. Por claridad en las construcciones de las figuras se ha preferido utilizar pares prismáticos P y cilíndricos C, en lugar de pares Pa o Pa^2 . Hay que indicar también que el movimiento de traslación en los pares Pa y Pa^2 es de dirección variable en función de la posición del propio par. En las figuras 1a y 1b, extraídas de la referencia [3], se muestran las configuraciones de los pares Pa y Pa^2 .



(a) Paralelogramo plano Pa

(b) Paralelogramo espacial Pa^2

Figura 1. Generadores de Desplazamiento de traslación de 1 y 2 dimensiones.

Desplazamientos 3TOR con ligaduras de dimensión 3

En este caso las cadenas cinemáticas son PPP, $PPPa$, PPa^2 , Pa^2Pa y sus permutaciones, requiriéndose que las tres direcciones de traslación sean linealmente independientes. Un caso típico es el MP 3-PPP [4] en el que cualquier disposición geométrica de las patas genera 6 restricciones redundantes.

Desplazamientos 3TOR con ligaduras de dimensión 4

La única ligadura de dimensión 4 que incluye tres traslaciones es el grupo generador de los desplazamientos 3T1R, conocido como movimiento Schönflies cuando la dirección de R permanece constante a lo largo del movimiento. Las cadenas cinemáticas a considerar son:

- Cadenas PPPR, $PPPaR$, PPa^2R , Pa^2PaR , PPC, $PPaC$, Pa^2C y sus permutaciones. Las tres direcciones de traslación han de ser linealmente independientes.
- Cadenas PPRR, $PPaRR$, Pa^2RR , PCR, $PaCR$ y sus permutaciones. Los pares de rotación han de ser de ejes paralelos no coincidentes y la traslación generada ha de ser linealmente independiente de las direcciones de los otros generadores de traslación y estos han de serlo entre sí.
- Cadenas PRRR, $PaRRR$, CRR y sus permutaciones. Los pares de rotación han de ser de ejes paralelos no coincidentes y la dirección de traslación tiene que dar componente según la dirección de los ejes de los pares R.

Los MP provenientes de cadenas con tres generadores de traslación y uno de rotación (PPPR, $PPPaR$,...) no aportan ninguna ventaja respecto al MP 3-PPP. Únicamente el mecanismo 3-PPC presentan utilidad (Ver figura 2a).

Como configuraciones más interesantes provenientes de cadenas con dos generadores de traslación y dos de rotación podemos destacar la $3-\overline{R}PC$ propuesta por Z. Huang & Q.C. Li [5] y el MP $3-\overline{PPRR}$ mostrado en la figura 2b. Con cadenas que tienen un generador de traslación y tres de rotación podemos destacar el robot de la Universidad de Maryland con una configuración $3-\overline{RRPaR}$ y el robot $3-\overline{CRR}$ desarrollado casi simultáneamente por las Universidades de Laval (Kong y Gosselin) y California Riverside (Kim y Tsai).

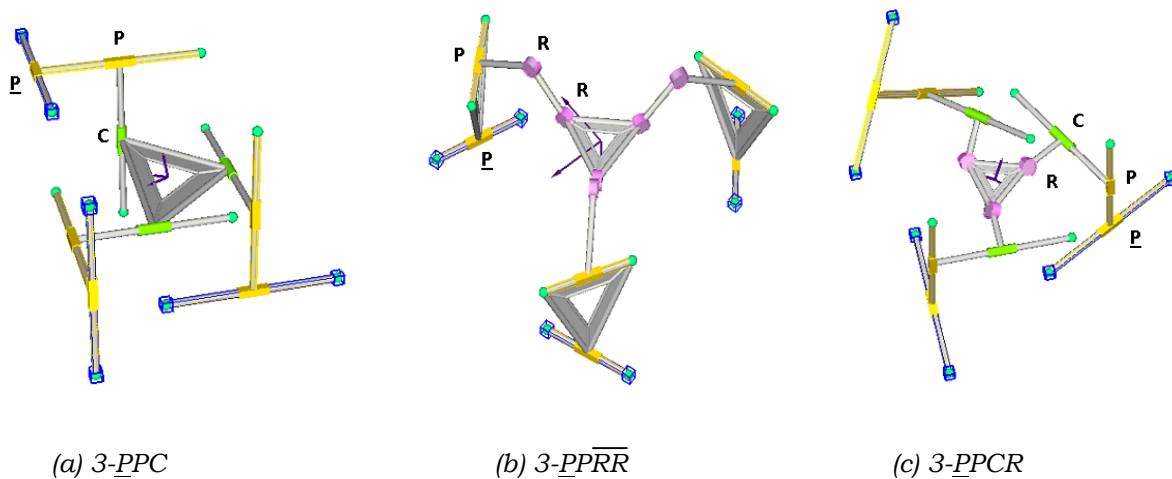


Figura 2. Generadores de Desplazamientos 3TOR

Desplazamientos 3TOR con ligaduras de dimensión 5

La única ligadura de dimensión 5 que incluye tres traslaciones es el grupo generador de los desplazamientos 3T2R. Las cadenas cinemáticas a considerar son:

- Cadenas PPPRR, PPPaRR, PPa²RR, Pa²PaRR, PPCR, PPaCR, Pa²CR, PPPU, PPPaU, PPa²U, Pa²PaU, PCC, PaCC y sus permutaciones. Las tres direcciones de traslación han de ser linealmente independientes y los ejes de los dos generadores de rotación también han de ser de independientes.
- Cadenas PPRRR, PaPRRR, Pa²RRR, PPUR, PaPUR, Pa²UR, PCRR, PaCRR, PCU, PaCU, CCR y sus permutaciones. Las dos traslaciones han de ser linealmente independientes, dos de los ejes de rotación han de ser paralelos no coincidentes e independientes de las dos traslaciones y de la tercera rotación.
- Cadenas PRRRR, PaRRRR, PRRU, PaRRU, PUU, PaUU, CRRR, CRU y sus permutaciones. Tres de los ejes de rotación han de ser paralelos no coincidentes y linealmente independientes de la dirección de traslación y del eje de la cuarta rotación; o bien que los ejes de rotación sean paralelos no coincidentes dos a dos y linealmente independientes entre ellos y con el eje de traslación.
- Cadenas RRRRR, RRRU, RUU y sus permutaciones. Tres ejes de rotación han de ser paralelos entre sí no coincidentes y los otros dos también, siendo ambos grupos linealmente independientes uno respecto del otro.

Las cadenas cinemáticas con tres generadores de traslación y dos de rotación del tipo PPPRR, PPPaRR,... no aportan nada respecto del MP 3-PPP. Para conseguir tres traslaciones exclusivamente hay que posicionar las tres cadenas cinemáticas iguales de forma asimétrica, de manera que se anulen las dos rotaciones. Este es el caso del MP 3-PPCR de la figura 2c. Las cadenas cinemáticas con dos generadores de traslación tampoco aportan novedades respecto del MP 3-PPP. Por el contrario, la complejidad de su arquitectura es mayor al incrementarse el número de pares y de elementos.

Una consideración diferente hay que hacer con las cadenas cinemáticas con 5 ejes R. Ellas ofrecen una buena alternativa a las cadenas con pares prismáticos (p.e. 3-RRRRR)

3.2 Desplazamientos 2T1R

Únicamente las ligaduras cinemáticas con desplazamientos que contengan al menos dos traslaciones y una rotación permitirán obtener manipuladores paralelos con desplazamientos 2T1R. Sin embargo hay que desechar aquellas ligaduras que contengan tres generadores de traslación. La razón es que la intersección de los desplazamientos de las tres patas en la plataforma no anularía ninguna de las traslaciones. Teniendo en cuenta todo esto, no ha sido posible encontrar arquitecturas con un patrón de movimiento distinto del movimiento plano.

3.3 Desplazamientos 1T2R

Siguiendo la metodología aplicada, se comprende que únicamente las ligaduras cinemáticas con desplazamientos que contengan al menos una traslación y dos rotaciones permitirán obtener manipuladores paralelos con desplazamientos 1T2R. De acuerdo con el razonamiento expuesto en el punto 3.2, también aquí hay que desechar las ligaduras que contengan tres generadores de traslación.

Desplazamientos 1T2R con ligaduras de dimensión 3

Con estas cadenas no ha sido posible realizar ninguna construcción de utilidad.

Desplazamientos 1T2R con ligaduras de dimensión 4

En este caso, las ligaduras a considerar son las correspondientes a los desplazamientos 2T2R y 1T3R.

Desplazamientos 2T2R:

- Cadenas PPRR, PaPRR, Pa²RR, PPU, PaPU, Pa²U, PCR, PaCR, CC y permutaciones. Las dos direcciones de traslación han de ser linealmente independientes, así como las dos rotaciones.
- Cadenas PRRR, PaRRR, PRU, PaRU, CRR, CU y permutaciones. Dos de los tres ejes de rotación han de ser paralelos, y la traslación generada por ellos ha de ser independiente de la traslación restante.
- Cadenas RRRR, RRU, UU y permutaciones. Tres de las cuatro rotaciones tienen que ser paralelas, por lo tanto queda descartada la cadena UU.

Desplazamientos 1T3R:

- Cadenas PRRR, PaRRR, PUR, PaUR, PS, PaS, CRR, CU y sus permutaciones. Los ejes de los generadores de rotación han de ser linealmente independientes.
- Cadenas RRRR, RRU, RS, UU y sus permutaciones. Los ejes de los cuatro generadores de rotación han de definir tres direcciones independientes.

Algunas arquitecturas de plataformas con desplazamientos 1T2R son: el MP 3-PRC (figura 3a), el MP 3-UPR (figura 3b), y el MP 3-RRU (figura 3c). Con cadenas 1T3R no ha sido posible realizar ninguna construcción de utilidad.

Desplazamientos 1T2R con ligaduras de dimensión 5

Por la misma razón que indicábamos anteriormente, desechamos las ligaduras de desplazamientos 3T2R y estudiamos únicamente las de desplazamientos 2T3R:

- Cadenas PRRRR, PaRRRR, Pa²RRR, PPRU, PaPRU, Pa²RU, PCRR, PaCRR, PCU, PaCU, CCR, PPS, PaPS, Pa²S y sus permutaciones. Las dos direcciones de traslación han de ser linealmente independientes y los ejes de rotación también.
- Cadenas PRRRR, PaRRRR, PURR, PaURR, PUU, PaUU, CRRR, CRU, PRS, PaRS y permutaciones. Las direcciones de tres pares de rotación han de ser linealmente independientes entre sí. El cuarto par de rotación puede ser o no paralelo a cualquiera de los tres. En caso de que lo fuera, la traslación resultante debe de ser independiente de la restante traslación.
- Cadena RRRRR, RRRU, RUU, RRS, US y sus permutaciones. Igual que en caso anterior, las direcciones de al menos tres pares de rotación han de ser linealmente

independientes entre sí. Las otras dos rotaciones de la cadena ya no pueden generar más rotaciones en el elemento terminal, por lo tanto lo que resultan son las dos restantes traslaciones.

A este grupo pertenece el conocido MP 3- RPS , estudiado por ejemplo en las referencias [5] y [6]. Otros manipuladores como el MP 3- \overline{RRPU} o el MP 3- \overline{PRRU} estudiados por Q. Li y J.M. Hervé [7] poseen GDL pasivos, por lo que no son considerados aquí. Los manipuladores 3- $\overline{RR}(RRR)$ y 3- \overline{RRS} representados en las figuras 3d y 3e respectivamente, incluyen cadenas cinemáticas con cinco ejes de rotación. Aunque en este caso no hay necesidad de buscar restricciones redundantes para que la plataforma tenga 3 GDL, dado que las ligaduras son de dimensión 5, sí que hay que imponer alguna condición geométrica para conseguir convertir alguno de los 3 GDL de rotación en una traslación. Hay que tener en cuenta que, excepto en el caso en que las patas tengan 3 traslaciones, lo que primero que elimina la operación de intersección de movimientos en la plataforma son las traslaciones.

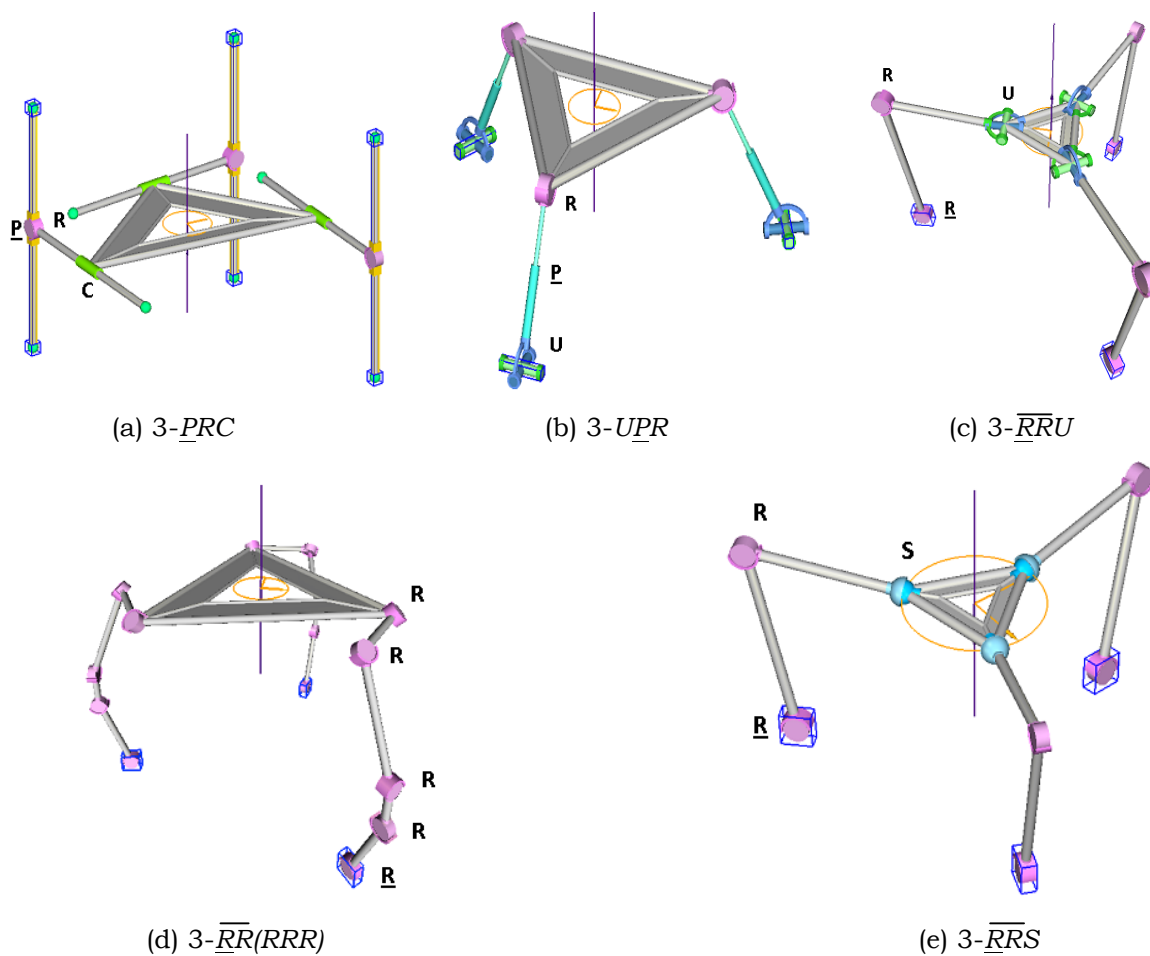


Figura 3. Generadores de Desplazamientos 1T2R

3.4 Desplazamientos 0T3R

Únicamente las ligaduras cinemáticas que contengan al menos tres rotaciones permitirán obtener MP con desplazamientos 0T3R.

Desplazamientos 0T3R con ligaduras de dimensión 3

En este caso solo caben ligaduras cinemáticas de desplazamientos 0T3R. Por lo tanto, las cadenas cinemáticas a estudiar serán RRR, RU, S y permutaciones. Las direcciones de los tres ejes de rotación deben de ser linealmente independientes.

Dentro de este grupo se observa que la única forma de conseguir un MP de OT3R consiste en construir las cadenas de forma que los ejes de los pares se corten permanentemente en un punto en el espacio. De esta manera, todos los puntos la plataforma se moverán en superficies esféricas concéntricas con centro en dicho punto. Esta es la solución que da el manipulador 3-(RRR) esférico, siendo el Agile Eye [3] una materialización industrial de esta configuración.

Desplazamientos OT3R con ligaduras de dimensión 4

Dado que las ligaduras cinemáticas a estudiar han de contener al menos tres desplazamientos de rotación, sólo se estudiarán aquellas de desplazamientos 1T3R. Las cadenas cinemáticas que se pueden generar son:

- Cadenas PRRR, PaRRR, PUR, PaUR, PS, PaS, CRR, CU y sus permutaciones. Los ejes de los generadores de rotación han de ser linealmente independientes.
- Cadenas RRRR, RRU, RS, UU y sus permutaciones. Los ejes de los cuatro generadores de rotación han de definir una base de dimensión 3.

El primero de los casos, una vez cancelada la traslación de cada pata como consecuencia de la intersección de desplazamientos en la plataforma móvil, nos lleva de nuevo a que la única posibilidad de movimiento es el esférico del MP 3-(RRR). El segundo caso nos conduce al mismo lugar, sólo que ahora tendríamos que bloquear permanentemente una de las rotaciones de cada pata para tener un mecanismo esférico.

Desplazamientos OT3R con ligaduras de dimensión 5

Dado que las ligaduras cinemáticas a estudiar han de contener al menos tres rotaciones, se considerarán únicamente las ligaduras de desplazamientos 2T3R. Las cadenas cinemáticas que se pueden generar son:

- Cadenas PRRRR, PaRRRR, PaPaRRR, PPRU, PaPRU, PaPaRU, PCRR, PaCRR, PCU, PaCU, CCR, PPS, PaPS, PaPaS y sus permutaciones. Las dos direcciones de traslación han de ser linealmente independientes y los ejes de rotación también.
- Cadenas PRRRR, PaRRRR, PURR, PaURR, PUU, PaUU, CRRR, CRU, PRS, PaRS y sus permutaciones. Los ejes de los cuatro generadores de rotación han de definir tres direcciones independientes.
- Cadenas RRRRR, RRRU, RUU, RRS, US y sus permutaciones. Los ejes de los cinco generadores de rotación han de definir tres direcciones independientes.

Con todas estas cadenas se pueden generar una gran cantidad de manipuladores: 3-PPS, 3-PPRRR, 3-CS, 3-RPS, 3-PRRRR, 3-RRRRR, 3-US, 3-RRS y 3-RUU; todos ellos sin ninguna particularidad geométrica, dado que con ligaduras de dimensión 5 no son necesarias restricciones redundantes, y además, la operación de intersección de movimientos, lo primero que elimina son las traslaciones.

4 CONCLUSIONES

En este trabajo se han obtenido una serie de arquitecturas de manipuladores paralelos de 3 GDL con los siguientes patrones de movimiento: 3T0R, 2T1R, 1T2R y OT3R. La metodología utilizada está basada en la teoría de grupos de desplazamientos. Sin embargo, lo relevante del procedimiento ha sido establecer las bases y premisas de la síntesis, que aparecen en el punto 2 de este artículo. Todas ellas constituyen un cuerpo de doctrina jerarquizado en una serie de reglas y condiciones geométricas sobre los elementos y pares de la cadena cinemática, que permiten obtener diferentes estructuras cinemáticas. El resultado del proceso ha sido la generación de una serie de MP, algunos de los cuales ya estaban referenciados en la literatura, y otros novedosos que podrían ser fuente de nuevos diseños.

5 AGRADECIMIENTOS

Los autores de este artículo desean reconocer la financiación recibida del Gobierno de España (Proyectos DPI2008-00159 y DPI2011-22955), el ERDF de la Unión Europea y el Gobierno del País Vasco (Proyecto GI07/78, IT445-10).

6 REFERENCIAS

- [1] O. Altuzarra, Y. San Martín, E. Amezua, A. Hernández, *Motion pattern analysis of parallel kinematic machines: A case study*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 25 (2009), 432– 440.
- [2] J. M. Hervé, *Analyse structurelle des mécanismes par groupe des déplacements*, Mechanism and Machine Theory, 13 (1978), 437–450.
- [3] O. Salgado. *Síntesis, Análisis y Diseño de Manipuladores Paralelos de Baja Movilidad*, Tesis Doctoral, Universidad del País Vasco UPV/EHU, 2008.
- [4] Grigore Gogu, *Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations*, European Journal of Mechanics A/Solids, 23 (2004), 1021-1039.
- [5] Z. Huang, Q. Li, *Type Synthesis of Symmetrical Lower Mobility Parallel Mechanisms Using the Constraint Synthesis Method*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 20, issue 2 (2004), 173-180.
- [6] K. Han, L-W Tsai, *Kinematic Synthesis of a Spatial 3-RPS Parallel Manipulator*, Journal of Mechanical Design, Vol. 125 (2003), 92-97.
- [7] Q. Li y J. M. Hervé, *1T2R Parallel Mechanisms without Parasitic Motion*, IEEE Transactions on Robotics, Vol. 26, No. 3 (2010), 401-410.