

Análisis del efecto del apriete y la rigidez de contacto en la precisión de un mecanismo de levas conjugadas

P. Català Calderón, S. Cardona Foix, M.A. De los Santos López

Departamento de Ingeniería Mecánica, Universitat Politècnica de Catalunya
pau.catala@upc.edu

Los mecanismos de levas conjugadas requieren de un ajuste con apriete para compensar las tolerancias de fabricación y montaje y al mismo tiempo evitar la separación de las superficies de las levas y los rodillos cuando la dinámica requiere de fuerzas de atracción entre ellas. En base a un mecanismo de levas conjugadas utilizado en el proceso automático de fabricación de bozales para botellas de cava, se estudia el efecto en el comportamiento dinámico del apriete correspondiente a utilizar en el mecanizado un perfil con un desplazamiento de 62,5 μm respecto del perfil teórico.

En el estudio de la precisión en el seguimiento de la ley de desplazamiento teórica se realiza el análisis cuasi-estático y de la dinámica directa del mecanismo en condiciones nominales y con dos modelizaciones distintas de la rigidez entre la leva y el rodillo, basadas en la formulación de Hertz para los casos de contacto general y contacto cilíndrico. Se calculan las deformaciones conjuntas entre las levas y los rodillos, así como fuerzas y presiones de contacto. Para validar los resultados obtenidos al aplicar dichas formulaciones se sugiere comparar las deformaciones conjuntas con valores de ondulación de las superficies de las levas. En este trabajo los valores de rugosidad y ondulación presentados se han medido en las levas mediante un rugosímetro.

1. INTRODUCCIÓN

En sistemas mecánicos que requieren el cumplimiento de una ley de desplazamiento compleja, el uso de un mecanismo de leva y palpador es una solución compacta respecto a los mecanismos de barras y sencilla respecto a los accionamientos electromecánicos, neumáticos e hidráulicos. En maquinaria utilizada en procesos automáticos de fabricación como son las prensas de impresión [1], tejedoras industriales [2] o prensas para la conformación de chapas de acero [3] es habitual encontrar mecanismos de leva-palpador para generar movimientos alternativos y repetitivos. La utilización de este tipo de mecanismos también se extiende en ámbitos de desarrollo más recientes como es la biomecánica [4].

La caracterización del par superior existente entre la leva y el rodillo influye en el comportamiento dinámico del mecanismo. El estudio se centra en comparar dos formulaciones de contacto para caracterizar la rigidez de contacto existente entre una leva y distintos tipos de rodillos.

Los autores consultados en la bibliografía que consideran la rigidez del contacto entre la leva y el rodillo para representarla utilizan un modelo basado en un muelle lineal de valor constante para todo el perfil de la leva [5,6]. Para el cálculo de las presiones de contacto es habitual que los autores utilicen la formulación del contacto cilíndrico [7, 8, 9]. Naskar y Acharyya [9] utilizan además la formulación del contacto puntual entre esferas para calcular la deformación conjunta entre la leva y el rodillo, aunque ni la leva ni el rodillo tienen forma esférica.

En este artículo se describe el estudio de un mecanismo de levas conjugadas utilizado en el proceso de fabricación de bozales para las botellas de cava, con unas condiciones de funcionamiento habituales para procesos automatizados. Los rodillos del mecanismo tienen la superficie exterior abombada. Para considerar el radio de abombamiento del rodillo y el

radio de curvatura variable a lo largo del perfil de las levas [10] se utiliza la formulación del contacto general de Hertz que define una rigidez de contacto no lineal variable.

Con una finalidad comparativa se estudia el mismo mecanismo de levas con el supuesto que se utilizan rodillos con la superficie exterior cilíndrica. Para este caso se utiliza la formulación del contacto cilíndrico de Hertz para la modelización de la rigidez de contacto.

La resolución de las ecuaciones dinámicas del sistema permite calcular las deformaciones conjuntas entre las levas y los rodillos, la precisión en el seguimiento de la ley de desplazamiento, las fuerzas de contacto y las presiones de contacto. Para valorar la posibilidad de la existencia del contacto puntual nominal –requerido en la formulación del contacto general– o el contacto lineal nominal –requerido en la formulación del contacto cilíndrico– se comparan las deformaciones conjuntas con el parámetro de ondulación superficial W_t –distancia entre el pico más alto y el valle más profundo– medido experimentalmente. La comparativa se realiza con parámetros de ondulación y no de rugosidad ya que los parámetros de ondulación se ven menos afectados por el efecto del rodaje de las superficies.

2. DESCRIPCIÓN DEL MECANISMO DE ESTUDIO

En la figura 1 se muestra el mecanismo de levas conjugadas analizado y su representación mediante un modelo dinámico de tres grados de libertad. Las variables y_1 , y_2 e y_3 representan respectivamente el desplazamiento vertical del rodillo superior, del rodillo inferior y del conjunto seguidor considerando las deformaciones elásticas de los sólidos. Los parámetros $k_1(\theta)$ y $k_2(\theta)$ son las rigideces de contacto entre las levas y los rodillos que se calculan en el apartado 3. $\beta_1(\theta)$ y $\beta_2(\theta)$ son los ángulos de presión.

Para cumplir con las especificaciones de movimiento requeridas en los mecanismos de levas conjugadas en primer lugar se define una ley de desplazamiento $d_1(\theta)$ seguida por el centro del rodillo superior. En segundo lugar, el perfil de la leva conjugada que garantiza la bilateralidad del enlace se obtiene de imponer otra ley de desplazamiento $d_2(\theta)$ que mantenga constante la distancia entre los centros de los rodillos d_c [11].

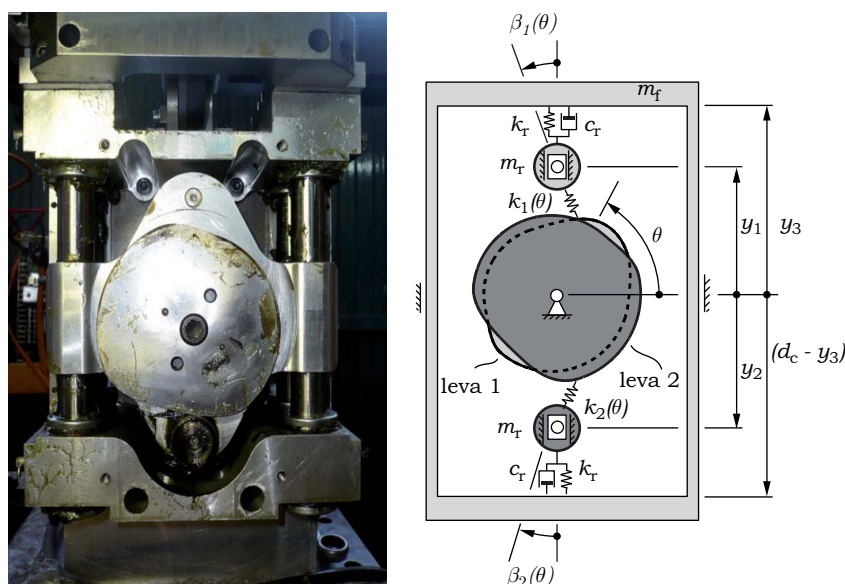


Figura 1. Fotografía del mecanismo de levas conjugadas y su representación esquemática

En la tabla 1 se muestran las propiedades de los materiales, los parámetros geométricos y dinámicos que caracterizan el mecanismo de levas conjugadas.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
radio del rodillo r_r^{\min}	15 mm*	Coefficiente de Poisson para las levas y los rodillos ν_c, ν_r	0,28
radio de abombamiento del rodillo r_r^{\max}	500 mm*	masa de los rodillos m_r	0,088 kg*
radio base de la leva 1 r_{b1}	47,58 mm	masa del conjunto seguidor m_f	5,593 kg
radio base de la leva 2 r_{b2}	62,58 mm	rigidez interna de los rodillos k_r	175,1 MN/m
anchura del rodillo w	14 mm*	coeficiente de amortiguamiento interno de los rodillos c_r	40 kN/(m/s)
distancia entre los centros de los rodillos d_c	140,2 mm	Carga límite de fatiga C_{urw}	1220 N*
velocidad de rotación del mecanismo n	200 min ⁻¹	Capacidad de carga dinámica efectiva radial C_{rw}	6800 N*
Módulos de Young para las levas y los rodillos E_c, E_r	206,8 GPa		

Tabla 1. Propiedades de los materiales, parámetros geométricos y dinámicos que definen el mecanismo. Los valores marcados con asterisco se han obtenido del catálogo del fabricante INA-FAG para el rodillo de leva KR30-PP

Los rodillos utilizados en el mecanismo se suministran por el fabricante de estos con un intervalo de tolerancias de entre +0 μm y -50 μm -30h7. Para evitar el despegue de los rodillos debido a estos errores de fabricación los perfiles de ambas levas se fabrican con un desplazamiento de 62,5 μm respecto el perfil teórico. De esta manera, la distancia teórica entre los centros de los rodillos d_c queda modificada en 25 μm $-\delta_{\text{precarga}}$ y la precarga queda aplicada mediante el montaje del mecanismo con apriete.

$$d'_c = d_c - \delta_{\text{precarga}} = d_1(\theta) + d_2(\theta) \quad (1)$$

Las levas conjugadas son de acero F-1540 -UNE- endurecido hasta 60-63 HRC y se han fabricado mediante electroerosión por hilo. En la figura 2a se muestra la fotografía de la superficie de la leva y en la figura 2b las medidas de rugosidad obtenidas mediante un rugosímetro.

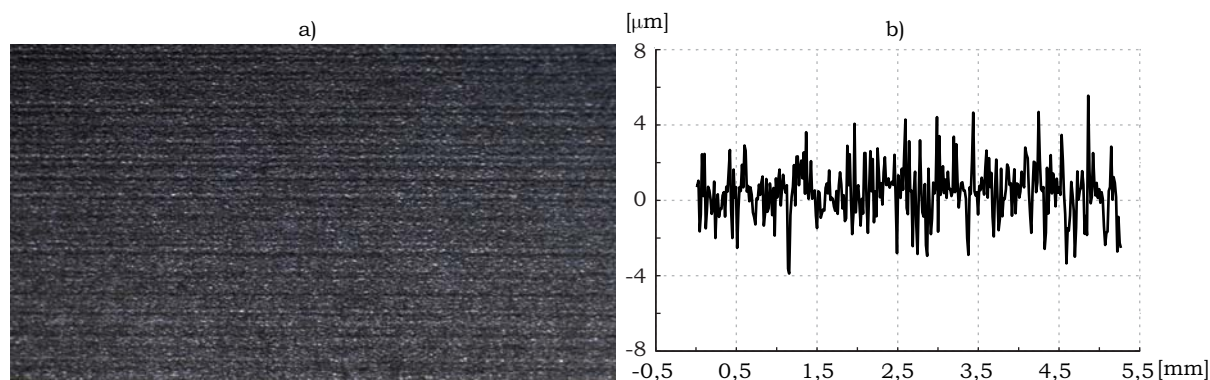


Figura 2. Fotografía de la superficie de la leva (x40) y medida de rugosidad

Los valores recomendados por Norton [12] para caracterizar el acabado superficial de una leva son los parámetros de rugosidad R_a , R_q , R_t , R_{sk} , R_z y el parámetro de ondulación W_t . En la tabla 2 se muestran estos parámetros para la leva 1 del mecanismo.

	R_a [μm]	R_q [μm]	R_t [μm]	R_z [μm]	R_{sk} [μm]	W_t [μm]
Leva 1, $\theta=90^\circ$	1,331	1,656	9,468	8,274	0,0526	0,9958
Leva 1, $\theta=270^\circ$	1,215	1,513	9,113	7,789	-0,1685	1,103

Tabla 2. Caracterización del acabado superficial para la leva 1 en dos zonas de su perfil

En la tabla 2 se observa que los valores de rugosidad, con excepción de R_{sk} , son superiores al valor de ondulación W_t . En este artículo solo se utiliza el parámetro W_t para validar la posibilidad de que exista contacto puntual o contacto lineal en los dos tipos de rodillo. Los parámetros de rugosidad se pueden utilizar para evaluar el tipo de lubricación existente. Las ondulaciones W_t medidas se corresponden con valores dados por Norton [12] para levas rectificadas $-0,95 \mu\text{m}$ e inferiores al de levas fresadas $-2,9 \mu\text{m}$.

Los rodillos abombados utilizados en el mecanismo tienen una dureza superficial de entre 60 HRC y 62 HRC. Esto fija su resistencia a la tensión estática S_{ut} en 2400 MPa [12]. Como interesa que sean los rodillos los que determinen la vida útil a fatiga del mecanismo, se fija el valor de resistencia a fatiga en 960 MPa ($S_f = 0,4S_{ut}$ [8]). Estos valores también son válidos para los rodillos con superficie exterior cilíndrica.

3. MODELADO DEL CONTACTO Y LAS ECUACIONES DINÁMICAS

Para caracterizar la flexibilidad existente en el contacto entre las levas y los dos tipos de rodillos se propone la utilización de dos formulaciones recogidas dentro de la teoría de contacto de Hertz. La primera formulación es la del contacto general que supone un contacto nominal a través de un punto que al actuar una fuerza de contacto genera una superficie en forma de elipse. La segunda formulación es la del contacto cilíndrico que supone un contacto nominal a través de una línea que al actuar una fuerza de contacto genera una superficie de forma rectangular. Para el uso de la teoría de contacto de Hertz se supone un contacto de rodadura pura entre las levas y los rodillos. Las fuerzas que actúan sobre el conjunto seguidor, m_f , debido al proceso productivo no se han tenido en consideración.

3.1 Formulación del contacto general de Hertz

La rigidez de contacto no lineal que relaciona la fuerza aplicada entre los sólidos y la deformación conjunta se calcula según la formulación del contacto general [13]. La rigidez de contacto no lineal al tener en consideración los radios de curvatura de los sólidos es variable a lo largo del perfil de la leva. Para la leva 1 el valor máximo de la rigidez no lineal de contacto k_1 es $54,61 \text{ GN/m}^{3/2}$ y el valor mínimo de k_1 es $52,18 \text{ GN/m}^{3/2}$. Las ecuaciones de la dinámica son las siguientes

$$\begin{cases} m_r \ddot{y}_1 = k_1(\theta) \delta_1^{3/2} \cos \beta_1(\theta) - k_r (y_1 - y_3) - c_r (\dot{y}_1 - \dot{y}_3) \\ m_r \ddot{y}_2 = k_2(\theta) \delta_2^{3/2} \cos \beta_2(\theta) - k_r (y_2 - d'_c + y_3) - c_r (\dot{y}_2 + \dot{y}_3) \\ m_f \ddot{y}_3 = k_r (y_1 - y_3) - k_r (y_2 - d'_c + y_3) + c_r (\dot{y}_1 - \dot{y}_3) - c_r (\dot{y}_2 + \dot{y}_3) \end{cases} \quad (2)$$

Donde δ_i es la deformación conjunta entre un rodillo y una leva, calculada para la leva 1 y para la leva 2 según las siguientes ecuaciones

$$\delta_1 = (d_1(\theta) - y_1) \cos \beta_1(\theta) \quad \delta_2 = (d_c - d_1(\theta) - y_2) \cos \beta_2(\theta) \quad (3,4)$$

Las fuerzas y presiones de contacto se determinan mediante las ecuaciones 5 y 6. En la ecuación 6, a_i y b_i son los semiejes de la elipse de contacto obtenidos según la formulación de contacto general de Hertz [13].

$$F_i = k_i(\theta) \delta_i^{3/2} \quad p_i^{\max} = \frac{3F_i}{2\pi a_i b_i} \quad (5,6)$$

3.2 Formulación del contacto cilíndrico de Hertz

La rigidez de contacto calculada con la formulación del contacto cilíndrico [7,14] tanto para la leva 1 como la leva 2 da un valor prácticamente constante a lo largo del perfil de $k_1 = k_2 = 2,473 \text{ GN/m}$. En este caso las ecuaciones de la dinámica son las siguientes

$$\begin{cases} m_r \ddot{y}_1 = k_1 \delta_1 \cos \beta_1(\theta) - k_r (y_1 - y_3) - c_r (\dot{y}_1 - \dot{y}_3) \\ m_r \ddot{y}_2 = k_2 \delta_2 \cos \beta_2(\theta) - k_r (y_2 - d'_c + y_3) - c_r (\dot{y}_2 + \dot{y}_3) \\ m_f \ddot{y}_3 = k_r (y_1 - y_3) - k_r (y_2 - d'_c + y_3) + c_r (\dot{y}_1 - \dot{y}_3) - c_r (\dot{y}_2 + \dot{y}_3) \end{cases} \quad (7)$$

Las deformaciones conjuntas δ_i entre los rodillos y las levas se obtienen también con las ecuaciones 3 y 4. Las fuerzas y presiones de contacto se determinan mediante las ecuaciones 8 y 9. En la ecuación 9, b_i es la semianchura del rectángulo de contacto calculada según la formulación del contacto cilíndrico de Hertz y w la anchura del rodillo recogida en la tabla 1.

$$F_i = k_i \delta_i \quad p_i^{\max} = \frac{2F_i}{\pi b_i w} \quad (8,9)$$

4. RESULTADOS

En este apartado, los resultados presentados corresponden al contacto existente entre la leva 1 y el rodillo superior; los resultados para la leva 2 son similares. En la figura 3a se presentan la ley desplazamiento teórica $d_1(\theta)$ seguida por el rodillo y superpuesta la ley de desplazamiento y_1 obtenida mediante la resolución del sistema de ecuaciones 2. La figura 3b es una ampliación del pico donde se observa que la desviación en el seguimiento de la ley de desplazamiento $d_1(\theta)$ no supera los $8 \mu\text{m}$.

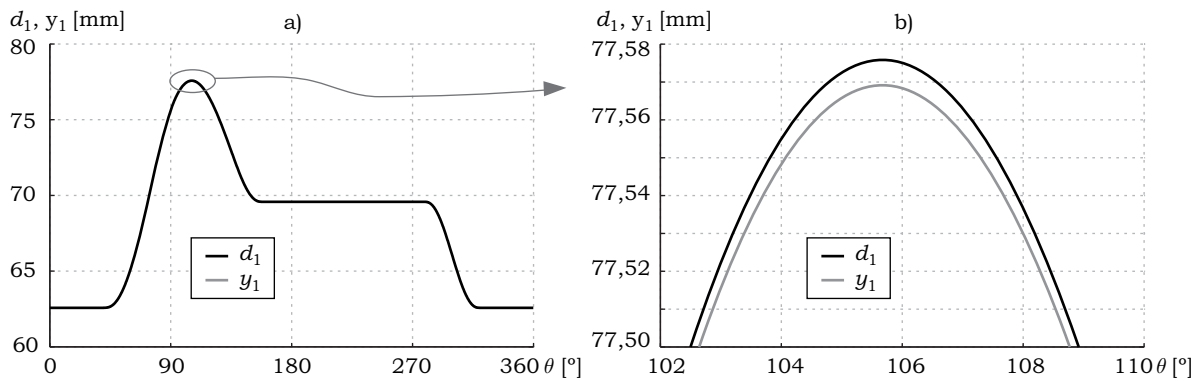


Figura 3. Ley de desplazamiento teórica y la obtenida mediante la resolución de las ecuaciones de la dinámica

En la figura 4a se representan las fuerzas de contacto obtenidas con la formulación del contacto general –ecuación 5– y en la figura 4b las fuerzas de contacto obtenidas con la formulación del contacto cilíndrico –ecuación 8. En ambas figuras también se representan las fuerzas obtenidas mediante un análisis cuasi-estático, donde no se tienen en cuenta las fuerzas de inercia.

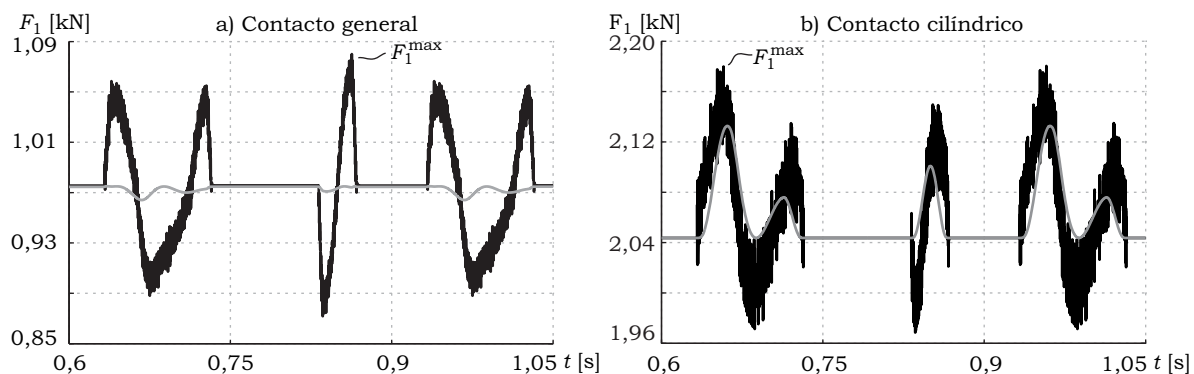


Figura 4. Fuerzas de contacto obtenidas mediante el análisis dinámico cuasi-estático (—) y mediante el análisis dinámico directo con la leva girando a $n=200 \text{ min}^{-1}$ (—)

De las figuras 4a y 4b se observa que cuando se impone el mismo apriete de $25 \mu\text{m}$ las fuerzas previstas por la formulación del contacto general son inferiores a las previstas por la formulación del contacto cilíndrico. Con el contacto general la fuerza máxima es de 1082 N y con el contacto cilíndrico de 2181 N. Para el caso del contacto general, con este valor de fuerza máxima se deduce que el rodillo aguanta suficientes ciclos de trabajo ya que este valor es inferior a los valores de carga límite de fatiga C_{urw} y de la capacidad de carga dinámica efectiva radial C_{rw} mostrados en la tabla 1.

Una vez se han determinado las fuerzas de contacto se calculan las presiones de contacto. La presión de contacto más elevada usualmente está localizada en zonas del perfil de la leva con el menor radio de curvatura convexo, mientras que la presión mínima se localiza generalmente en zonas del perfil de la leva con radios de curvatura cóncavos. Para las dos formulaciones de contacto, en las figuras 5a y 5b se representan las presiones de contacto en función de la fuerza en la zona en que la leva tiene el menor radio de curvatura convexo r_c de 19,15 mm y la zona en que la leva tiene el menor radio cóncavo r_c de -468,1 mm.

En las figuras 5a y 5b se observa que para el valor máximo de la fuerza de contacto las presiones de contacto están comprendidas entre 925,4 MPa y 1193 MPa cuando se utiliza la formulación del contacto general y entre 599,1 MPa y 813,3 MPa cuando se utiliza la formulación del contacto cilíndrico. En el caso de contacto lineal nominal como las presiones están por debajo del valor de S_f se espera una buena resistencia a la fatiga superficial. En el caso de contacto puntual nominal, si bien la presión máxima supera este límite, el hecho de considerar que son superficies que trabajan lubricadas permite considerar un valor mayor de resistencia a la fatiga S_f y que las presiones obtenidas sean aceptables.

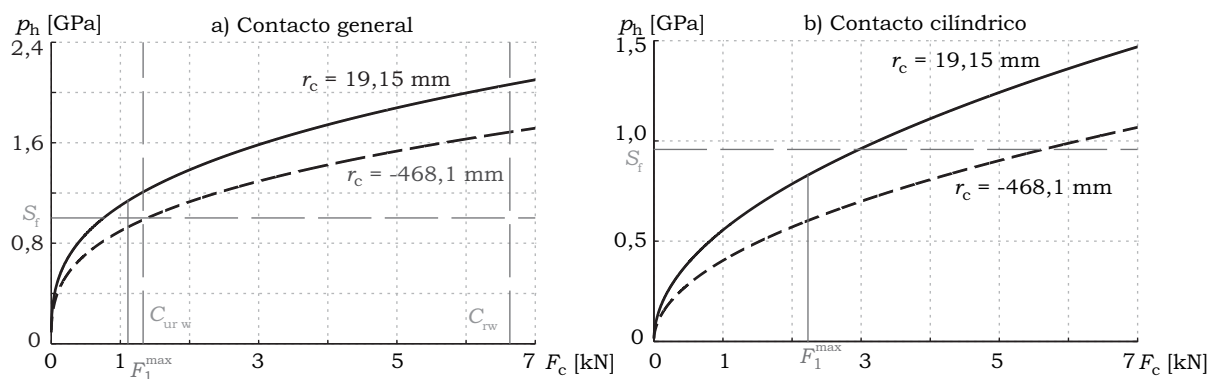


Figura 5. Presiones de contacto

Para las dos formulaciones del contacto y las mismas zonas del perfil de la leva 1, en las figuras 6a y 6b se representan las deformaciones conjuntas en la dirección normal δ_1 obtenidas con la ecuación 3 para cada formulación. Para la máxima fuerza de contacto se observa en las figuras 6a y 6b que las deformación conjunta máxima debido a la elasticidad de los sólidos es de 7 μm para el caso del contacto general y de 0,9 μm para el caso del contacto cilíndrico.

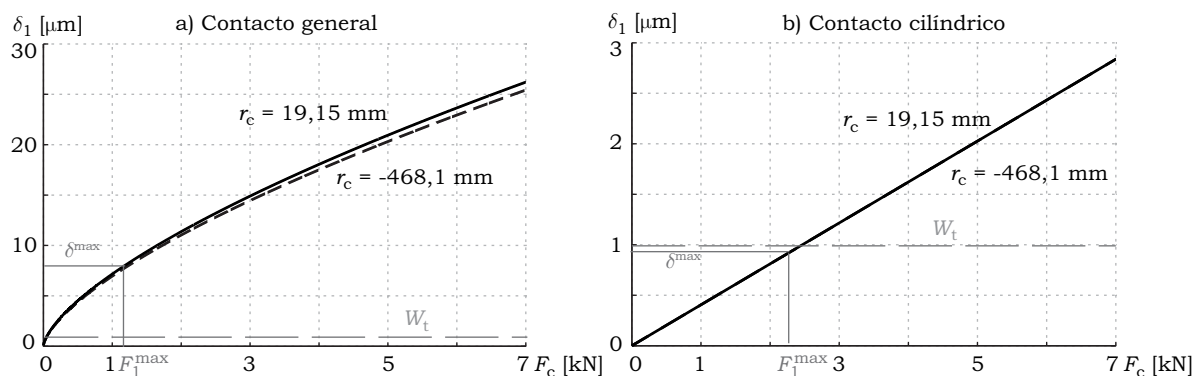


Figura 6. Deformación conjunta en la dirección del ángulo de presión

Tal y como se ha dicho, para discutir sobre la posibilidad de la existencia del contacto a través de una línea o del contacto a través de un punto para los dos tipos de rodillo se comparan los resultados de la deformación conjunta con el parámetro W_t recogido en la tabla 2. En la figura 6a correspondiente al caso de contacto general se observa que la deformación máxima es mayor que W_t . En cambio en la figura 6b correspondiente al contacto cilíndrico la deformación conjunta máxima es prácticamente igual que W_t .

5. CONCLUSIONES

Del estudio realizado se concluye que para este mecanismo y para un ajuste con apriete fijado, utilizar la formulación del contacto cilíndrico de Hertz produce mayores fuerzas de contacto que la formulación del contacto general pero menores presiones de contacto.

La aplicación de una formulación u otra es adecuada dependiendo de si el rodillo tiene la superficie exterior cilíndrica o abombada. En el mecanismo estudiado, donde los rodillos son abombados, se ha comprobado que la deformación conjunta obtenida mediante la formulación del contacto general de Hertz es mayor que los valores de W_t medidos en la leva por lo que a priori permite garantizar el contacto nominal puntual requerido en la formulación del contacto general. En cambio, en el caso que se han supuesto rodillos cilíndricos, la deformación conjunta máxima es menor que los valores de W_t , por lo que los propios acabados superficiales de la leva no permiten garantizar el contacto a lo largo de una línea y los resultados de fuerzas y presiones de contacto pueden alejarse notablemente de los valores reales.

Por último, se concluye que la complejidad de implementar las dos formulaciones del contacto de Hertz en un programa de cálculo numérico es la misma.

Agradecimientos: Este trabajo se ha podido realizar gracias a la ayuda de la empresa Sàbat Lligats Metàl·lics S.L. <http://www.m-sabat.com> y al laboratorio de Fabricación del Departamento de Ingeniería Mecánica de la UPC, ETSEIB.

5. REFERENCIAS

- [1] R. Fang, Y. Lin, Z. Jie, *Conjugate cam design method of swing grippers mechanism on printing press*, International Conference on Educational and Information Technology, Chongqing, China, (2010).

- [2] M. Lima, P. Zabka, *Design and analysis of conjugate cam mechanisms for a special weaving machine application*, Romanian Review Precision Mechanics, Optics and Mechatronics, 37 (2010) 31-38.
- [3] T. Lee, D. Lee, H. Lee, M. Yang, *Design of cam-type transfer unit assisted with conjugate cam and torque control cam*, Mechanism and Machine Theory, 44(6) (2009), 1144-1155.
- [4] C. Copiluși, N. Dumitru, M. Marin, L. Rusu, *Design of a new prosthetic mechanical system used in human ankle joint disarticulation*, World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering: Neuroengineering, Neural Systems, Rehabilitation and Prosthetics, Múnich, Alemania, (2009).
- [5] G. Carbone, C. Lanni, M. Ceccarelli, G. Incerti, M. Tiboni, *A characterization of cam transmissions through an identification of lumped parameters*, ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information In Engineering Conference, Filadelfia, Estados Unidos, (2006).
- [6] G. Gatti, D. Mundo, *On the direct control of follower vibrations in cam-follower mechanisms*, Mechanism and Machine Theory, 45(1) (2010), 23-35.
- [7] M. Tounsi, F. Chaari, M.S. Abbes, T. Fakhfakh, M. Haddar, *Failure aof a cam-follower system affected by a crack*, Journal of Failure Analysis and Prevention, 11(1), (2012), 41-50.
- [8] E. Bouyer, S. Caro, D. Chablat, J. Angeles, *The multiobjective optimization of a prismatic drive*, 31st Mechanisms and Robotics Conference, presented at - 2007 ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, IDETC/CIE2007, Las Vegas, Nevada,USA, (2007).
- [9] T.K. Naskar, S. Acharyya, *Measuring cam-follower performance*, Mechanism and Machine Theory, 45(4), (2010), 678-691.
- [10] P. Català, S. Cardona, M.A. de los Santos, J.R. Martínez, *Influencia de la rigidez de contacto leva-palpador en la desviación de la ley de desplazamiento*, Actas del X Congreso Ibero-americano en Ingeniería Mecánica, Oporto, Portugal, (2011).
- [11] E.E. Zayas, S. Cardona, L. Jordi, *Analysis and synthesis of the displacement function of the follower in constant-breadth cam mechanisms*, Mechanism and Machine Theory, 44(10), (2009), 1938-1949.
- [12] R. L. Norton, *Cam Design and Manufacturing Handbook*. Industrial Press Inc., (2002), 337-340.
- [13] H.A. Rothbart, *Mechanical Design and Systems Handbook*, McGraw-Hill, (1985), capítulo 7.15.
- [14] H.A. Rothbart, *Cam Design Handbook*, McGraw-Hill, (2004), 394.