

Comparación de modelos de engranajes para el cálculo de desalineaciones causadas por transmisión de potencia

Francisco T. Sánchez Marín⁽¹⁾, Víctor Roda Casanova⁽¹⁾, José L. Iserte Vilar⁽¹⁾, Alfonso Fuentes Aznar⁽²⁾, Ignacio González Pérez⁽²⁾

(1) Dpto. de Ingeniería Mecánica y Construcción. Universitat Jaume I
Francisco.Sanchez@uji.es

(2) Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad Politécnica de Cartagena

La desalineación de engranajes genera errores de transmisión, provoca el desplazamiento del contacto entre dientes y puede reducir notablemente la vida útil de las transmisiones. Los errores de alineación en transmisiones de engranajes pueden estar provocados por errores de fabricación y montaje pero, en la actualidad, suelen estar más relacionados con la transmisión del par y las fuerzas de contacto. Así, incluso en transmisiones perfectamente fabricadas y ensambladas, la flexión de los ejes generada por las fuerzas de contacto provoca el desplazamiento del área de contacto hacia el borde de las ruedas dentadas en engranajes estándar (no modificados) con contacto teóricamente lineal. En este artículo se han propuesto cuatro diferentes modelos de engranajes y ejes (dos basados en la teoría de la viga de Bernoulli y dos basados en el método de los elementos finitos) con el fin de estimar los errores de desalineación provocados por la transmisión del par en transmisiones de engranajes cilíndricos rectos estándar. Con ellos se ha investigado la influencia sobre los errores de alineación del par transmitido, de la longitud de los ejes y de la posición relativa de las ruedas sobre los ejes.

1. INTRODUCCIÓN

La desalineación de las ruedas dentadas es un problema común en transmisiones por engranaje que provoca varios efectos no deseados y tiene consecuencias negativas importantes en la transmisión de potencia. Cuando dos ruedas dentadas están desalineadas no contactan de forma adecuada ya que el área de contacto se desplaza dentro del flanco del diente ocasionando un patrón de contacto defectuoso. Este hecho incrementa las tensiones de contacto y de flexión del diente, acentuando el desgaste, reduciendo la vida útil debido a la fatiga del material e incrementando la generación de calor. Además de la fiabilidad, el engrane imperfecto también implica la existencia de errores de transmisión y la aparición de ruido y vibraciones en la transmisión, que también son desfavorables para el resto de los componentes de la máquina.

Las causas y consecuencias de la desalineación de engranajes han sido investigadas en trabajos previos con objetivos diversos. Sin embargo, la mayoría de trabajos relacionados con este tema imponen ciertos errores de alineación y estudian sus consecuencias. Entre ellos, Litvin *et al.* [1] propusieron superficies de diente asimétricas en engranajes cilíndricos rectos para localizar y estabilizar la zona de contacto entre dientes y obtener así funciones de errores de transmisión favorables; Mao [2] también propuso la modificación microgeométrica del diente para reducir el desgaste y la fatiga y Hotait [3] estudió la influencia de los errores de alineación en la tensión de flexión del diente en engranajes helicoidales. Por otro lado, algunos trabajos se han centrado en la estimación de la desalineación de ruedas dentadas debida a la deformación de los soportes. Entre ellos, Koide [4] propuso un modelo analítico para el cálculo de la desalineación equivalente de las ruedas dentadas debido a las deformaciones en ejes, rodamientos y las propias ruedas en transmisiones de engranajes.

La proposición de diferentes clases de modelos para investigar las causas y consecuencias de la desalineación de engranajes también es significativa en trabajos previos relacionados con este tema. Mientras que algunos trabajos se basan en ensayos experimentales [3, 5-7],

otros utilizan modelos analíticos o numéricos [4, 8-9]. En trabajos recientes se observa un uso cada vez mayor de modelos basados en el método de elementos finitos (modelos EF) para simular el contacto entre dientes y las consecuencias de las desalineaciones sobre éste [1, 2, 7]. Sin embargo, el desarrollo de modelos EF se ha centrado principalmente en la discretización de dientes y superficies de contacto mientras que ejes y rodamientos raramente son incluidos.

Las causas de la desalineación de engranajes han sido también consideradas de manera desigual en trabajos previos. Considerando que las causas posibles son principalmente cinco:

- defectos de fabricación y montaje en la caja,
- defectos de fabricación en ejes y ruedas dentadas,
- deformaciones en ejes y ruedas dentadas durante la transmisión de potencia,
- deformaciones en elementos de soporte (tales como rodamientos) y en las paredes de la caja durante la transmisión de potencia y
- la modificación de las superficies de contacto debido al desgaste tras el uso acumulado,

algunos trabajos [4, 9] tienen en cuenta la deformación de elementos de soporte (ejes, rodamientos, paredes de la caja, etc.), otros [3, 6-7] consideran la desalineación causada por el montaje defectuoso de la transmisión y otros [2, 10] no especifican las causas de la desalineación.

En este trabajo se ha investigado el efecto de la flexión de los ejes debido a las fuerzas derivadas de la transmisión de potencia (o par) sobre la desalineación de las ruedas dentadas en transmisiones de engranajes cilíndricos rectos estándar. Para ello, se han propuesto diferentes modelos analíticos y numéricos con el fin de determinar los parámetros de desalineación. Además se ha realizado una comparación de estos modelos con el fin de investigar su precisión y su coste computacional asociado.

2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO FÍSICO

La transmisión utilizada en este trabajo es de engranajes cilíndricos rectos estándar compuesta de un único par de ruedas dentadas (piñón y rueda) en la que ambas ruedas están montadas sobre ejes flexibles de sección constante y misma longitud (figura 1). En este modelo físico, los ejes son perfectamente rectos y paralelos y las ruedas están perfectamente alineadas (en reposo). Los ejes son soportados en sus extremos mediante articulaciones que permiten que el eje se incline por flexión. Las ruedas dentadas son sólidos flexibles pero están conectadas de forma rígida a sus respectivos ejes. El par (T) está aplicado en uno de los extremos del eje que soporta el piñón (A_1 en la figura 1) y el movimiento de la transmisión es restringido impidiendo la rotación del mismo extremo del eje que soporta la rueda (A_2 en la figura 1).

Las variables de esta transmisión se muestran en la tabla 1 y, con el objetivo de reducir el número de casos resueltos necesarios para este estudio, sólo se han cambiado tres variables: la longitud de los ejes, la posición relativa de las ruedas sobre los ejes y el par transmitido en el piñón. Al resto de variables se les ha asignado un valor coherente con el tamaño global de la transmisión.

A la posición relativa de las ruedas en los ejes se le ha asignado tres valores: $L/4$, $L/2$ y $3L/4$. Aunque los valores $L/4$ y $3L/4$ son simétricos y pueden proporcionar resultados similares, ambos han sido considerados para comprobar si el punto de aplicación del par (que rompe la simetría) tiene alguna influencia sobre la desalineación resultante.

Considerando la combinación de valores de la tabla 1 se han planteado 36 casos que han sido resueltos para determinar la desalineación resultante de las ruedas debida a la flexión de los ejes provocada por la transmisión del par. La desalineación se ha caracterizado a través de los siguientes cuatro parámetros:

- Desplazamiento axial (a lo largo del eje Z) de la rueda respecto al piñón.

- Error de distancia entre centros o incremento radial de la distancia entre centros de las ruedas.
- Error angular en el plano XZ (ángulo de la rueda respecto al piñón).
- Error angular en el plano YZ (ángulo de la rueda respecto al piñón).

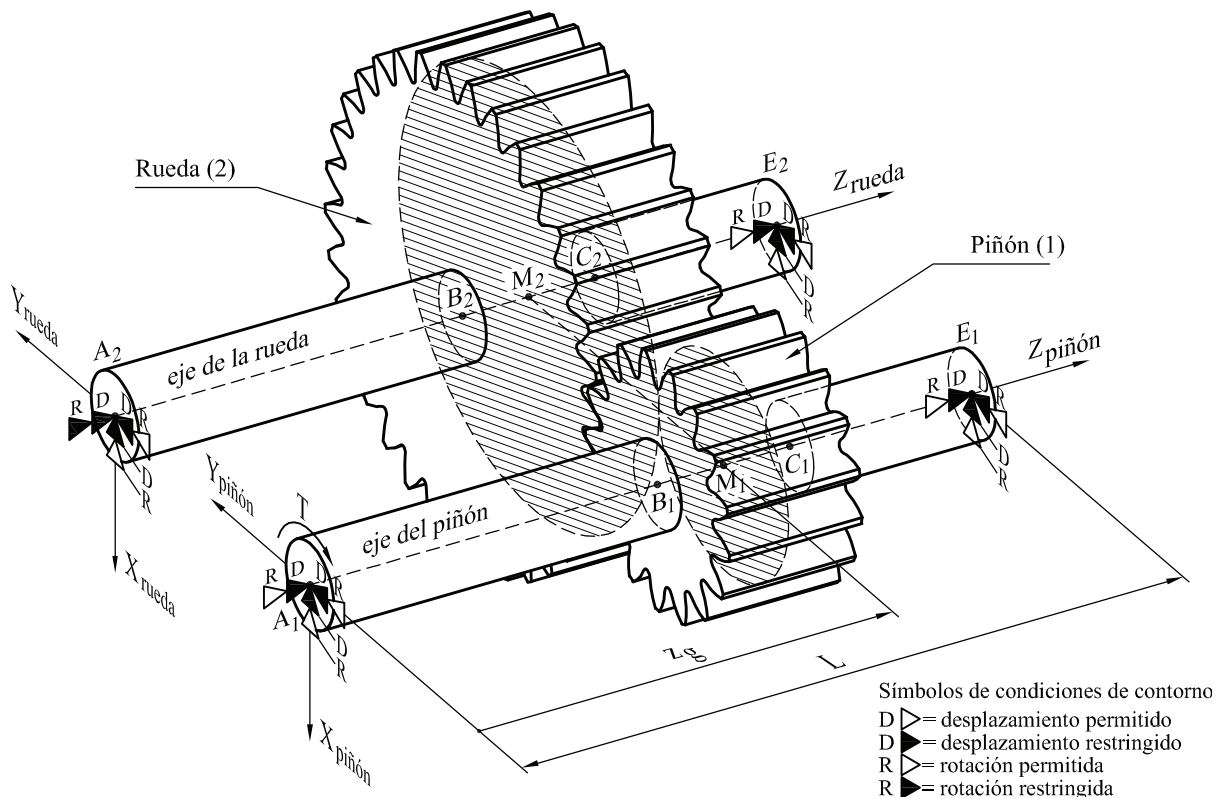


Figura 1. Modelo físico de la transmisión analizada

Parámetro	Variable	Núm. valores	Valores
Módulo	m	1	4 mm
Ángulo de presión	α	1	25°
Número dientes del piñón	z_1	1	17
Número dientes de la rueda	z_2	1	34
Ancho de cara	F_w	1	40 mm
Posición angular de las ruedas	θ_1, θ_2	1	Ruedas contactando en la circunferencia primitiva
Diámetro de los ejes	D_s	1	25 mm
Longitud de los ejes	L	4	100 mm, 150 mm, 200 mm, 300 mm
Posición relativa de las ruedas sobre los ejes	z_g	3	$L/4, L/2, 3L/4$
Par transmitido	T	3	120 Nm, 80 Nm, 40 Nm

Tabla 1. Variables de la transmisión y valores utilizados

3. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS ANALÍTICOS Y NUMÉRICOS

Se han propuesto cuatro modelos para resolver el problema de determinación de la desalineación de las ruedas en el modelo físico descrito.

3.1. Modelo de viga de Bernoulli (VIGA)

Este modelo considera los ejes como vigas simples (figura 2) bajo las hipótesis de Euler-Bernoulli. Las fuerzas de contacto entre piñón y rueda son incluidas en el modelo como

cargas puntuales sobre cada uno de los ejes con componentes radial (F_r) y tangencial (F_t) que son calculadas a partir del par y de los parámetros de la transmisión. Las cargas puntuales son situadas sobre los ejes en el centro del ancho de las ruedas (puntos M en la figura 2) y este modelo considera que la porción de eje bajo la rueda es rígida.

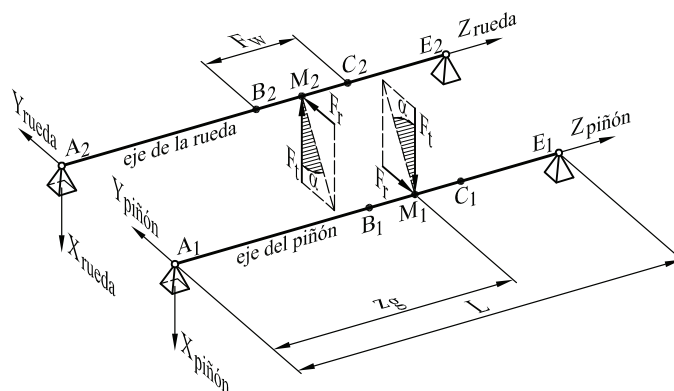


Figura 2. Modelo de viga de Bernoulli

Para calcular la desalineación de las ruedas mediante este modelo se calcula la flecha y la pendiente de los ejes en el centro de las ruedas (puntos M) mediante la integración del momento flector a lo largo de las vigas (ejes), teniendo en cuenta las condiciones de contorno. A partir de la flecha y la pendiente de los ejes en los puntos M se han determinado las variables de desalineación mediante simples cálculos vectoriales y trigonométricos.

Las principales desventajas de este modelo provienen de las limitaciones impuestas por las hipótesis asumidas: (i) el modelo de viga de Bernoulli no tiene en cuenta la deformación por cortante, (ii) el modelo no considera la flexibilidad de las ruedas ni el desplazamiento del área de contacto entre dientes debido a la flexión del eje, (iii) el par no cambia la deformada generada por las cargas puntuales y (iv) no hay desplazamiento axial de las ruedas cuando las vigas flectan, entre otras. Sin embargo, la principal ventaja de este modelo es el reducido coste computacional que tiene asociado.

3.2. Modelo de viga de Bernoulli modificado (MOD-VIGA)

Este modelo es igual al modelo anterior salvo por el hecho de que las fuerzas de contacto no se colocan necesariamente en los puntos M. Cuando las ruedas están situadas en una posición distinta del centro de los ejes (es decir, cuando $z_g \neq L/2$), la pendiente de los ejes hace que el área de contacto se desplace hacia el borde de las superficies de contacto, en lugar de permanecer centrada en dichas superficies. Con el objetivo de tener esto en cuenta, este modelo sitúa las fuerzas de contacto en puntos cuya coordenada z depende de la posición relativa de las ruedas sobre los ejes:

- Si $z_g < L/2$ las fuerzas de contacto se sitúan en $z = z_g - F_w/2$ (puntos B en la figura 2).
- Si $z_g = L/2$ las fuerzas de contacto se sitúan en $z = z_g$ (puntos M en la figura 2).
- Si $z_g > L/2$ las fuerzas de contacto se sitúan en $z = z_g + F_w/2$ (puntos C en la figura 2).

Dado que el resto de consideraciones son similares al modelo de viga de Bernoulli, el cálculo de la desalineación de las ruedas mediante este modelo se realiza tal como se explicó en el modelo anterior.

Las ventajas y desventajas de este modelo son también similares a las del modelo de viga de Bernoulli, salvo que este modelo tiene la ventaja de considerar (de una forma simple) la desalineación de las ruedas debida a la flexión de los ejes, el desplazamiento del área de contacto y la consiguiente variación de la posición de las fuerzas de contacto.

3.3. Modelo eje-viga de elementos finitos (MEF-EJE1D)

La figura 3 muestra un modelo de elementos finitos de una transmisión de engranajes cilíndricos rectos incluyendo la consideración de contacto deformable entre dientes. Las ruedas han sido malladas con elementos finitos tridimensionales de formulación lineal (elementos C3D8I de ABAQUS) utilizando el método descrito por Argyris *et al.* [11]. El contacto ha sido definido de tipo superficie a superficie en ABAQUS. El refinamiento de la malla, similar en ambas ruedas, ha sido elegido como un compromiso entre precisión y coste computacional, asumiendo que el objetivo de este trabajo no es el estudio preciso de la distribución de presiones en el área de contacto ni la distribución de tensiones asociada al contacto.

Los ejes se han incluido en el modelo utilizando elementos viga lineales (elementos B31 de ABAQUS) de longitud uniforme en torno a 2.5 mm (dependiendo del caso), excepto la porción de eje abarcada por las ruedas, que ha sido discretizada utilizando únicamente dos elementos viga rígidos (con un nodo intermedio entre ellos) (figura 3). Las superficies rígidas de cada rueda han sido conectadas rigidamente al nodo intermedio de los ejes (nodos M en la figura 3). El modelo EF ha sido restringido y el par ha sido aplicado según se describe en el modelo físico (figura 1). Finalmente, el modelo ha sido resuelto utilizando el software ABAQUS.

Tras resolver el modelo, los parámetros de desalineación se han determinado realizando cálculos trigonométricos sencillos relacionados con la posición relativa de las porciones rígidas de los ejes bajo ambas ruedas.

La principal ventaja de este modelo es la mayor precisión que en los modelos basados en la viga de Bernoulli, debido a la consideración del contacto flexible, a la flexibilidad de las ruedas y a la influencia del desplazamiento del área de contacto sobre la desalineación resultante. Por el contrario, la principal desventaja del modelo es el mayor coste computacional asociado al problema de elementos finitos.

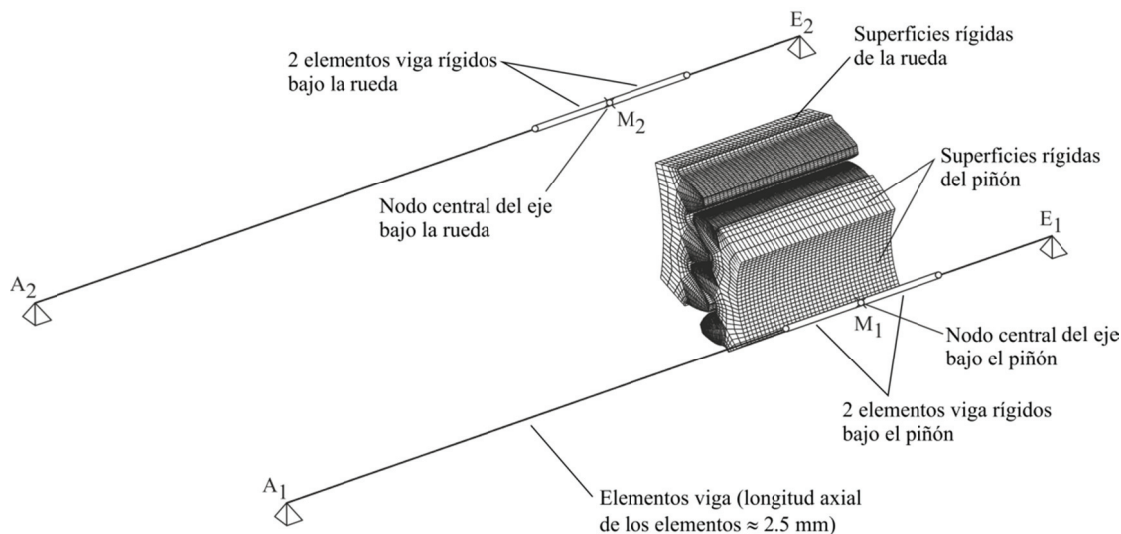


Figura 3. Modelo eje-viga de elementos finitos

3.4. Modelo de eje 3D de elementos finitos (MEF-EJE3D)

Este modelo es similar al modelo eje viga descrito anteriormente excepto que, en este caso, el volumen de los ejes se ha mallado con elementos 3D (elementos C3D8I y C3D6 de ABAQUS) con el fin de reproducir fielmente su geometría (figura 4).

En el modelo, los ejes son soportados restringiendo el desplazamiento del nodo central de la sección transversal en ambos extremos, tal como se ha descrito en el modelo físico (figura 1). El par es aplicado en el nodo A₁ y se ha restringido la rotación del nodo A₂ alrededor de

Z. Para que el par y las restricciones de rotación alrededor de Z afecten a toda la sección transversal, dichas secciones se han rigidizado y asociado a sus nodos centrales.

La unión de las ruedas dentadas al eje se ha conseguido rigidizando la sección transversal central del eje bajo cada rueda y se ha unido rigidamente a las superficies rígidas de la rueda, formando un grupo rígido. Este grupo rígido se ha asociado al nodo central de la sección transversal (nodos M en la figura 4). De esta forma, el grupo de superficies se mueve como un cuerpo rígido con los seis grados de libertad del nodo central.

Tras resolver el modelo con el software ABAQUS, los parámetros de desalineación se han calculado de la misma forma que en el modelo anterior (MEF-EJE1D) pero utilizando las coordenadas de los nodos de la línea central del eje de la porción rígida de los ejes bajo las ruedas.

Este modelo es considerado el más realista de los contemplados en este trabajo y, por este motivo, será utilizado como referencia para evaluar la precisión de los tres modelos anteriores. La principal ventaja esperable de este modelo es su elevado coste computacional.

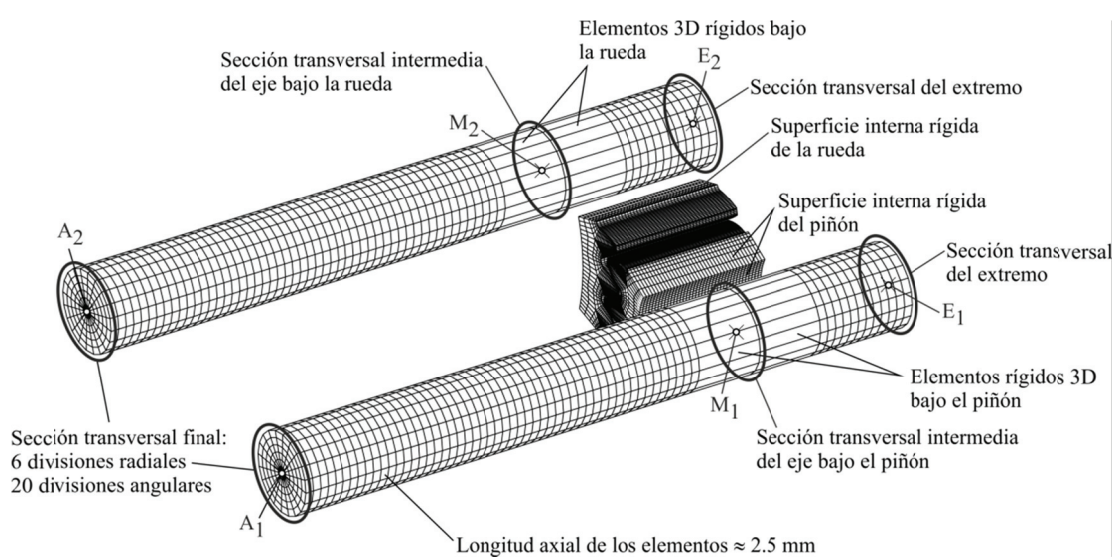


Figura 4. Modelo eje 3D de elementos finitos

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los 36 casos expuestos en la tabla 1 han sido resueltos utilizando los 4 modelos descritos, sumando un total de 144 casos resueltos. De cada caso se han obtenido los valores de los cuatro parámetros de desalineación del modelo físico. En esta sección se muestra una selección de resultados y se realiza una breve discusión sobre ellos. En la exposición se distingue entre casos simétricos (aquellos en los que las ruedas están en el centro de los ejes, es decir, cuando $z_g = L/2$) y asimétricos (es decir, cuando $z_g \neq L/2$).

4.1. Resultados generales

El desplazamiento axial de la rueda relativo al piñón es muy pequeño en todos los casos resueltos con los modelos EF (por defecto, es cero en los modelos basados en la viga de Bernoulli). Los valores obtenidos corroboran que el error de desplazamiento axial es despreciable comparado con otros errores de alineación en engranajes cilíndricos rectos. Por este motivo, el error de desplazamiento axial no se ha incluido en la exposición de resultados.

En los casos simétricos, los errores de alineación angulares proporcionados por los cuatro modelos son despreciables. Además, el área de contacto obtenida en los modelos EF abarca todo el ancho de cara del diente.

4.2. Parámetros de desalineación vs. par

En esta sección, se ha analizado la variación de los parámetros de desalineación frente al par transmitido. Las figura 5 muestra un ejemplo representativo de esta variación para un caso no simétrico ($L = 150$ mm, $z_g = 3L/4 = 112.5$ mm).

Los modelos basados en la viga de Bernoulli son modelos lineales, la variación de la desalineación resultante con el par es lineal y así se observa en los resultados. Sin embargo, los modelos EF no son lineales debido a la consideración del contacto. En estos modelos, la flexión del eje inclina las ruedas desplazando el área de contacto y cambiando la distribución de presiones del mismo, lo que modifica la flexión del eje. Además, la variación del área de contacto y de la distribución de presiones es también no lineal. Sin embargo, a pesar de esto, los resultados de los modelos EF demuestran que estos efectos tienen poca influencia en la desalineación de las ruedas, ya que en ellos se observa que la relación entre los parámetros de desalineación y el par es prácticamente lineal. Esto supone una ventaja ya que permite predecir la desalineación asociada a un par distinto del calculado.

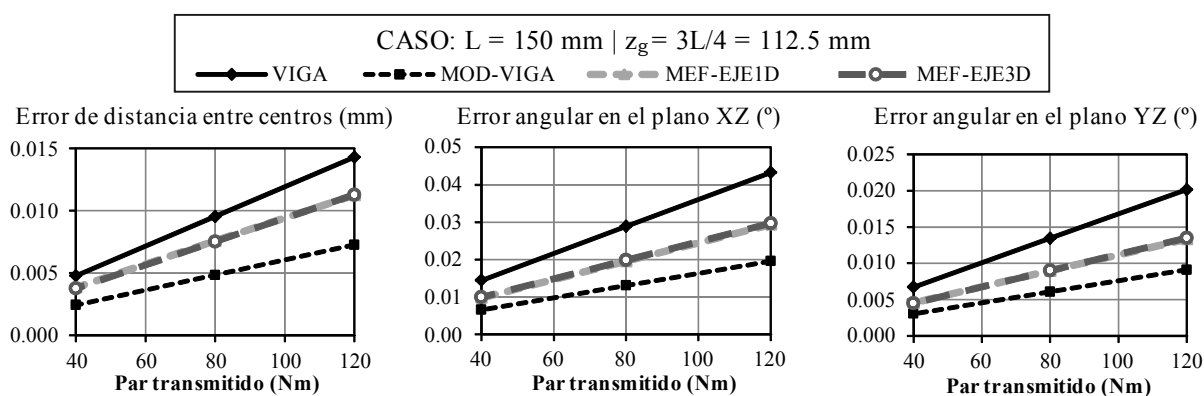


Figura 5. Variación de los errores de desalineación con el par transmitido

4.3. Parámetros de desalineación vs. longitud de los ejes

En esta sección se ha investigado la variación de los parámetros de desalineación con la longitud de los ejes. Las figura 6 muestra un caso representativo no simétrico ($T = 120$ Nm, $z_g = 3L/4$). Los resultados demuestran que la desalineación crece con la longitud de los ejes (en todos los modelos) por encima de una tendencia lineal. También se observa que los dos modelos FE proporcionan resultados muy similares, con errores relativos medios por debajo del 2%.

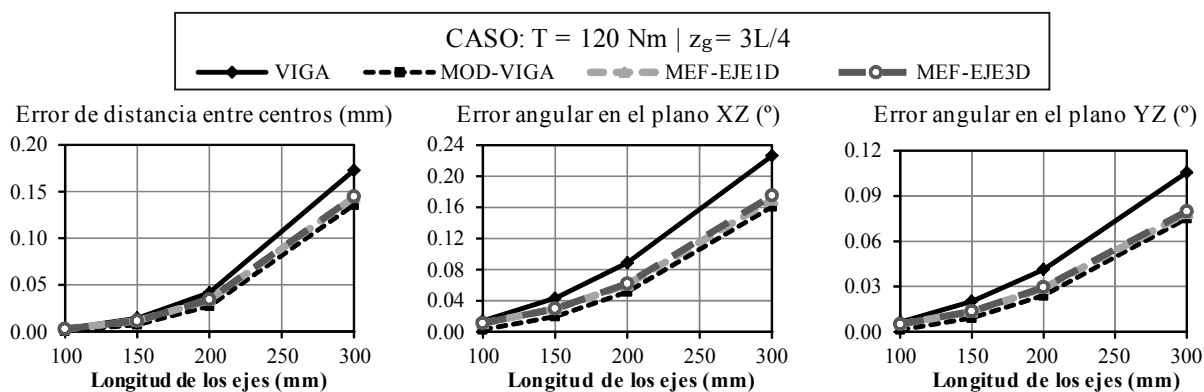


Figura 5. Variación de los errores de desalineación con el par transmitido

Comparando los resultados con el modelo de referencia (MEF-EJE3D) se observa que el modelo VIGA sobreestima la desalineación mientras que el modelo MOD-VIGA la subestima. Esto concuerda con el hecho de que el contacto real se produce en una posición intermedia de lo considerado por estos dos modelos.

Considerando el error entre el modelo VIGA y el modelo de referencia (MEF-EJE3D), se observa que la diferencia absoluta entre los parámetros de desalineación obtenidos con ambos modelos se incrementan con la longitud de los ejes. Sin embargo, en el caso del modelo MOD-VIGA, la diferencia absoluta con respecto al modelo de referencia tiende a ser constante al variar la longitud de los ejes lo cual, unido al hecho de que los errores se incrementan, implica que el error relativo decrece con el incremento de longitud.

En resumen, el modelo VIGA proporciona resultados más parecidos al modelo de referencia cuando el área de contacto abarca la mayor parte del ancho de cara del diente, mientras que el modelo MOD-VIGA proporciona resultados más parecidos cuando el área de contacto tiende a concentrarse cerca del borde. Esto último es típico de desalineaciones elevadas, que se dan en ejes de baja rigidez a flexión (ejes largos y delgados).

4.4. Parámetros de desalineación vs. posición relativa de las ruedas en los ejes

En esta sección se ha investigado la variación de los parámetros de desalineación con la posición relativa de las ruedas en los ejes. La figura 6 muestra los resultados de un caso representativo ($T = 120 \text{ Nm}$, $L = 200 \text{ mm}$).

Como los modelos VIGA y MOD-VIGA son exactamente los mismos cuando las ruedas están centradas en los ejes ($z_g/L = 0.5$), los resultados de estos modelos son idénticos en estos casos. Con los modelos FE, los casos en los que $z_g/L = 0.25$ proporcionan resultados prácticamente iguales a los casos en los que $z_g/L = 0.75$ a pesar de que ambos pares (motor y resistente) son aplicados en $z = 0$. Esto indica que el punto de aplicación no influye sensiblemente en la desalineación resultante para este tipo de engranajes.

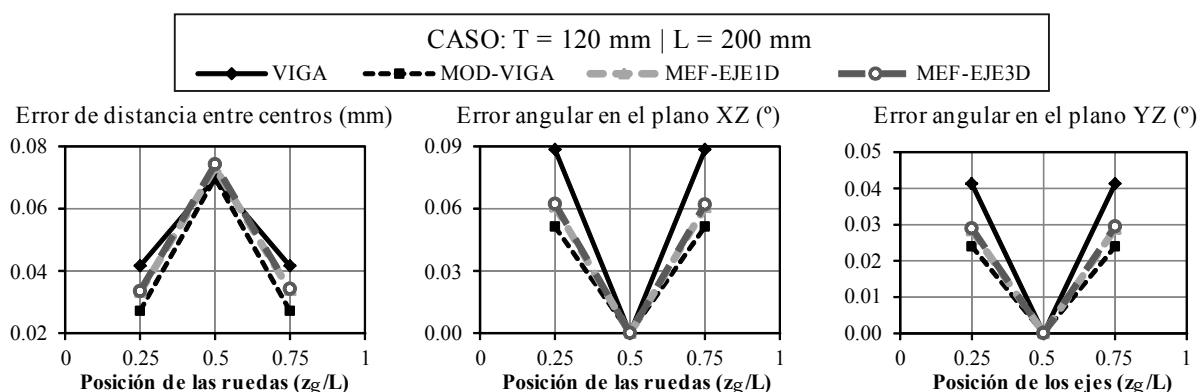


Figura 6. Variación de los errores de desalineación con la posición de las ruedas

4.5. Coste computacional

Como es lógico, los cuatro modelos utilizados en este estudio consumen un tiempo de computación muy diferente (tabla 2). Los modelos basados en la viga de Bernoulli se resuelven de forma prácticamente instantánea mientras que los modelos FE necesitan más tiempo de computación. Considerando la relación entre precisión y coste computacional, el mejor modelo es MEF-EJE1D ya que proporciona prácticamente los mismos resultados que el modelo de referencia (MEF-EJE3D) pero con un coste computacional mucho menor.

Modelo numérico	Coste computacional promedio
VIGA	< 1 seg
MOD-VIGA	< 1 seg
MEF-EJE1D	~ 15 min
MEF-EJE3D	~ 2 horas

Tabla 2. Coste computacional de los modelos numéricos

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se han probado cuatro modelos de cálculo diferentes para determinar la desalineación de engranajes debida a la flexión de los ejes provocada por la transmisión de

potencia en engranajes cilíndricos convencionales. Bajo las hipótesis y limitaciones del modelo físico estudiado se han obtenido las siguientes conclusiones:

- La flexión de los ejes prácticamente no provoca desplazamiento axial de las ruedas.
- La variación de los parámetros de desalineación con el par es prácticamente lineal.
- En casos no simétricos, el modelo VIGA subestima la desalineación mientras que el modelo MOD-VIGA la sobreestima. Además, el modelo VIGA proporciona resultados más realistas en ejes con relativamente alta rigidez a flexión y el modelo MOD-VIGA en ejes con relativamente baja rigidez a flexión.
- Los modelos basados en la viga de Bernoulli constituyen una buena primera aproximación para obtener la desalineación de las ruedas y tienen la ventaja de un coste computacional muy bajo.
- De los dos modelos basados en el método de los elementos finitos, el modelo MEF-EJE1D proporciona resultados muy similares al modelo más realista (MEF-EJE3D) pero con un coste computacional mucho menor.

5.1. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Economía y Competitividad Español por el soporte económico de los proyectos de investigación DPI2010-20388-C02-01 y DPI2010-20388-C02-02.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] F. L. Litvin, Q. Lian, A. L. Kapelevich, *Asymmetric Modified Spur Gear Drives: Reduction of Noise, Localization of Contact, Simulation of Meshing and Stress Analysis*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 188 (2000), 363-390.
- [2] K. Mao, *Gear Tooth Contact Analysis and its Application in the Reduction of Fatigue Wear*, Wear, 262 (2007), 1281-1288.
- [3] M. A. Hotait, *An Investigation of the Influence of Shaft Misalignments on Bending Stresses of Helical Gear with Lead Crown*, 10th International Power Transmission and Gearing Conference, 7 (2008), 929-937.
- [4] T. Koide, S. Oda, S. Matsuura, *Equivalent Misalignment of Gears due to Deformation of Shafts, Bearings and Gears - (Model Proposal and Development of Calculation Program)*, JSME International Journal. Series C, Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing, 46 (2003), 1563-1571.
- [5] C. Das, S. Albert, A. Bhaduri, *Failure Analysis of a Pinion*, Engineering Failure Analysis, 12 (2005), 287-298.
- [6] S. Li, *Effects of Machining Errors, Assembly Errors and Tooth Modifications on Loading Capacity, Load-Sharing Ratio and Transmission Error of a Pair of Spur Gears*, Mechanism and Machine Theory, 42 (2007), 698-726.
- [7] S. Li, *Finite Element Analyses for Contact Strength and Bending Strength of a Pair of Spur Gears with Machining Errors, Assembly Errors and Tooth Modifications*, Mechanism and Machine Theory, 42 (2007), 88-114.
- [8] C. Wink, A. Serpa, *Investigation of Tooth Contact Deviations from the Plane of Action and their Effects on Gear Transmission Error*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 219 (2005), 501-509.
- [9] S. Du, R. Randall, D. Kelly, *Modelling of Spur Gear Mesh Stiffness and Static Transmission Error*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 212 (1998), pp. 287-297.
- [10] J. Ottewill, S. Neild, R. Wilson, *An Investigation into the Effect of Tooth Profile Errors on Gear Rattle*, Journal of Sound and Vibration, 329 (2010), 3495-3506.
- [11] J. Argyris, A. Fuentes, F. Litvin, *Computerized integrated approach for design and stress analysis of spiral bevel gears*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 191 (2002), 1057-1095.