

## Análisis de modos de fallo en vigas sándwich sometidas a flexión pura y grandes deflexiones.

J.M. Muñoz-Guijosa, V. Rodríguez de la Cruz, D. Fernández Caballero, J. Echávarri, A. Díaz, J.L. Muñoz, E. Chacón, E. de la Guerra

División de Ingeniería de Máquinas. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales.  
Universidad Politécnica de Madrid.  
jmguijosa@etsii.upm.es

Las vigas sándwich con pieles de polímero reforzado con fibra (FRP) y núcleos de espuma de baja densidad se caracterizan por su excelente relación entre propiedades mecánicas y contenido peso. Una de las aplicaciones que pueden tener estas vigas, es la absorción de energía cuando están sometidas a solicitaciones de flexión pura y grandes deflexiones. La teoría clásica de vigas rectas monolíticas con material homogéneo isótropo establece que en estructuras sometidas a este tipo de esfuerzos, sólo aparece una distribución lineal de deformaciones axiales, que será la que rija la posible aparición del fallo. Sin embargo, en este trabajo se estudian vigas fabricadas con materiales no isótropos y sometidas a grandes cambios de curvatura. No se puede afirmar que la rotura por esfuerzo axial sea el modo de fallo predominante. Es necesario tener en cuenta otros posibles modos de fallo, como el pandeo local de la piel de compresión, o la debida a las tensiones transversales fuera de plano.

Tras identificar y caracterizar convenientemente los modos de fallo, se puede hallar el diseño óptimo de una viga con unos materiales y un cambio de curvatura determinados, en función de la relación de los espesores entre pieles y espuma. Dicho óptimo será el que maximice el factor densidad de energía de la viga, retrasando lo máximo posible la aparición de todos los modos de fallo y en la manera de lo posible, haciendo coincidir la aparición de los mismos.

### 1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo nace de la necesidad de caracterizar el comportamiento de vigas sándwich destinadas a absorber energía mecánica. Este tipo de sección transversal con pieles de polímero reforzado con fibra de vidrio (GFRP) y núcleo de espuma de baja densidad (figura 1) es la que mejor se adapta al propósito de absorción de energía [1].

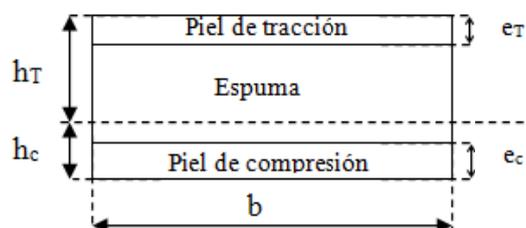


Figura 1. Esquema de la sección transversal de la viga sándwich

El proceso de diseño de este tipo de vigas, está en todo momento enfocado a maximizar la energía por unidad de peso que son capaces de absorber. Cuantitativamente esto se puede conseguir mediante la maximización del parámetro densidad de energía de la viga. Dicho parámetro se puede calcular [1] mediante la siguiente expresión (1).

$$\frac{U}{P} = \frac{\frac{1}{6E_T} \left( \frac{\sigma_{admT}}{h_T} \right)^2 (h_T^3 - (h_T - e_T)^3) + \frac{1}{6E_C} \left( \frac{\sigma_{admC}}{h_C} \right)^2 (h_C^3 - (h_C - e_C)^3)}{(\rho_T e_T + \rho_C e_C + \rho_F (h_C + h_T - e_C - e_T))} \quad (1)$$

Así pues, interesan vigas con unos espesores tales que permitan maximizar la tensión axial en las pieles. No obstante, diseños de este tipo sólo tienen en cuenta el fallo de la estructura cuando se supera la resistencia axial del material en las pieles. Por tanto, es necesario realizar un estudio más exhaustivo de los posibles modos de fallo que intervienen en vigas sándwich sometidas a flexión pura. Este estudio se hará en base a un caso de viga particular, en el que se utiliza un composite de resina epoxy reforzada con fibra de vidrio tipo S con las propiedades mostradas en la Tabla 1. La proporción de ambos componentes es de 40-60% en volumen.

Tabla 1. Propiedades del composite resina epoxy-fibra de vidrio S

$E_{Px}$ (MPa)	$\sigma_{PmaxT}$ (MPa)	$\sigma_{PmaxC}$ (MPa)	$\epsilon_{PmaxT}$ (%)	$\epsilon_{PmaxC}$ (%)	$\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )
5,27 10 <sup>4</sup>	1,20 10 <sup>3</sup>	-9,5 10 <sup>2</sup>	3,07	-1,71	1998

Las propiedades de la espuma utilizada en el núcleo son las especificadas en la Tabla 2:

Tabla 2. Propiedades de la espuma emplea en el núcleo

$E_c$ (MPa)	$G_c$ (MPa)	$\sigma_{eadm}$ (MPa)	$\epsilon_{eadm}$ (%)	$\rho_e$ (kg/m <sup>3</sup> )
350	150	6,8	1,94	1998

## 2. MODOS DE FALLO DE VIGAS SÁNDWICH SOMETIDAS A FLEXIÓN PURA

Los modos de fallo que se presentan a continuación se corresponden con un estado tensional de flexión pura. Éste se puede conseguir de varias formas; introduciendo par en ambos extremos de la viga –a través de una distribución de presiones de contacto con resultantes radial y tangencial nulas, por ejemplo-; introduciendo un cambio de curvatura a través de la piel inferior de los extremos, o mediante cargas puntuales en los mismos.

Es evidente que con dichos tipos de sollicitación no se consigue un estado tensional correspondiente a flexión pura en toda la longitud de la viga, sino que se distinguen dos zonas bien diferenciadas. Por un lado, la zona central de la viga, donde aparecen esfuerzos correspondientes fundamentalmente a un estado de flexión pura. Por otro, los extremos de la viga, donde pueden aparecer efectos locales, concentradores de tensiones, esfuerzos cortantes, etc. El diseño de ambas zonas se debe realizar de forma diferenciada. A lo largo de este trabajo tan sólo se estudian los modos de fallo de la viga en lo que concierne a su zona central.

### 2.1. Fallo a tracción-compresión

Puede suponerse que las sollicitaciones de flexión pura anteriormente comentadas, provocan una distribución lineal de deformaciones y tensiones a lo largo de la sección transversal de la viga (figura 2)

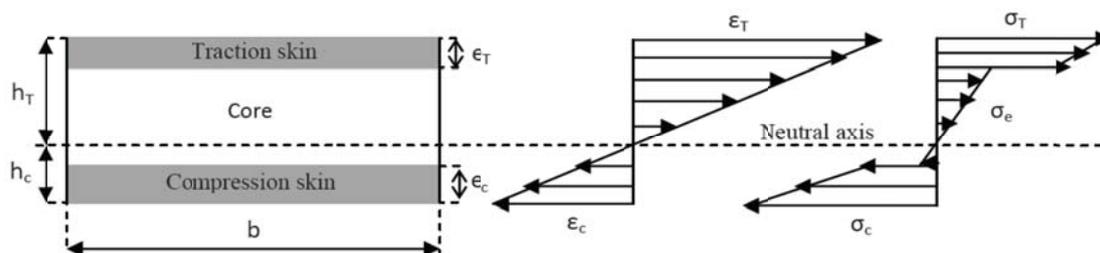


Figura 2. Distribución de deformaciones y tensiones en la sección transversal de la viga

Las tensiones, tanto en las pieles como en el núcleo vendrán dadas en función del cambio de curvatura al que está sometido la viga, el módulo de Young del material en dirección longitudinal y la distancia a la fibra neutra ( $y$ )

$$\sigma_{Px} = E_{Px} \cdot \Delta\phi \cdot y \quad (2)$$

$$\sigma_{Ex} = E_{Ex} \cdot \Delta\phi \cdot y \quad (3)$$

La tensión en las pieles será mucho más elevada que en el núcleo, al ser el módulo de Young de éste varios ordenes de magnitud menor. En el caso de las pieles, es necesario distinguir entre las fibras situadas en la zona de tracción o de compresión, debido a que la resistencia del tipo de composite utilizado –unidireccional– es menor cuando trabaja en esta zona.

Así el fallo se producirá si se cumple alguna de las siguientes condiciones:

$$\text{Piel de tracción: } \sigma_{Px} \geq \sigma_{PmaxT}$$

$$\text{Piel de compresión: } |\sigma_{Px}| \geq \sigma_{PmaxC}$$

$$\text{Núcleo: } |\sigma_{ex}| \geq \sigma_{eadm}$$

## 2.2. Fallo por pandeo local

Además de la rotura a tracción-compresión de la viga existe otro posible modo de fallo; el pandeo en la piel de compresión [2,3]. El estudio de este fenómeno es complicado cuando se refiere a estructuras sándwich como las que aquí se tratan. No existen estudios concluyentes al respecto, sino fórmulas obtenidas a partir de la experimentación, a través de las cuales se intenta predecir el comportamiento de dicho fenómeno.

Todas estas expresiones tienen como objetivo calcular la tensión crítica de pandeo local. Ésta, constituye un valor límite para la tensión axial longitudinal en la piel de compresión; si se supera dicho límite, es posible que se produjera el arrugamiento de la piel de compresión, respecto al núcleo empleado.

De todas las fórmulas empíricas existentes, la más extendida calcula la tensión crítica de pandeo a partir del módulo de Young a compresión de la piel de compresión –que en el caso del composite utilizado en las pieles coincide con el valor a tracción ( $E_{Px}$ )–, el módulo de Young del núcleo ( $E_e$ ) y la rigidez a cortadura del mismo ( $G_e$ ) [4,5].

$$\sigma_{pandeo} = 0,5 \cdot \sqrt[3]{E_{Px} E_e G_e} \quad (4)$$

Sustituyendo las propiedades de los materiales tomados como referencia, se tiene que la tensión crítica de pandeo en este caso es de 704,7 MPa. Existe la posibilidad de que la piel de compresión pandee, si la tensión axial en la misma supera dicha tensión crítica. Para constatar la aparición de este modo de fallo, la única posibilidad consiste en la realización de ensayos sobre muestras construidas a tal efecto.

### 2.3. Fallo por fatiga

Mediante las curvas de Wohler y diagramas de Goodman correspondientes a los composites que se emplean en las pieles del sándwich, se puede estimar la tensión admisible de éstos para un número de ciclos dado. Conocido este dato puede dimensionar la viga y calcular su densidad de energía.

A continuación se presentan las curvas de Wohler y diagramas de Goodman para el composite de fibra de vidrio utilizado en las pieles. El proveedor proporciona la recta de regresión a partir de la cual se puede obtener la curva de Wohler para  $R=-1$ . Siendo  $R$  el cociente entre la tensión mínima y máxima del ciclo al que está sometido el material. Los datos proporcionados lo son para la proporción volumétrica resina-fibra seleccionada

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (5)$$

En este caso concreto, dicha recta de regresión para tensiones axiales alternativas, admisibles del material, corresponde a:

$$\sigma_a = 1200 \cdot N^{-0,09} \quad (6)$$

Tomando logaritmos de las tensiones y número de ciclos, se obtiene la curva de Wohler para  $R=-1$ :

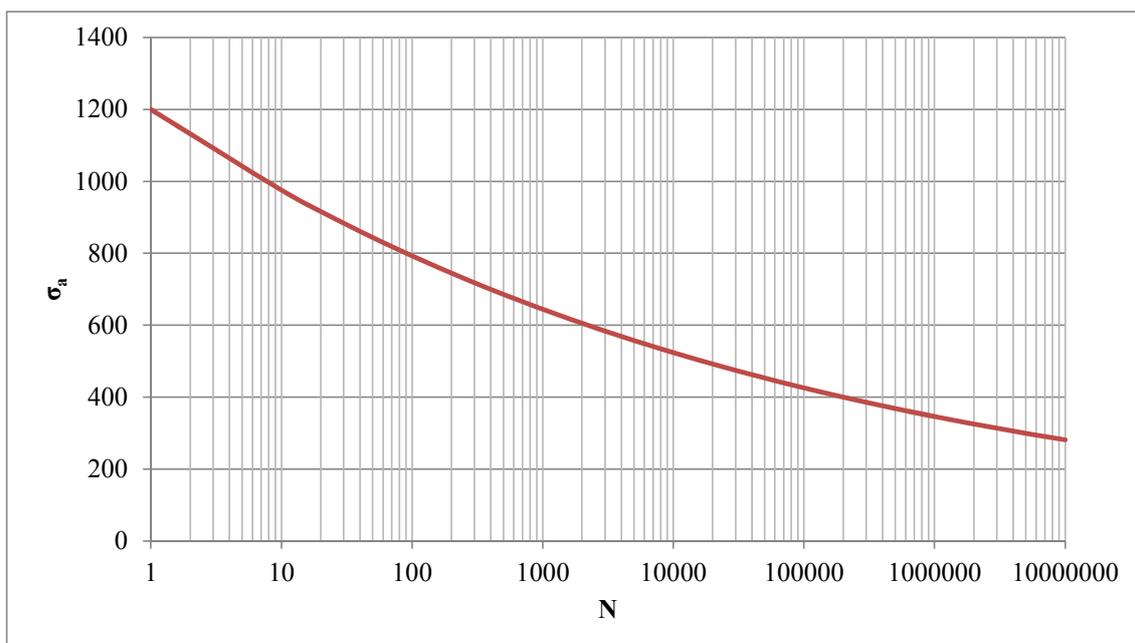


Figura 3. Curva de Wohler del composite de fibra de vidrio.  $R=-1$

Considerando la resistencia estática axial como 1200MPa y las tensiones alternativas máximas extraídas de la curva de Wohler, se puede obtener el diagrama de Goodman correspondiente:

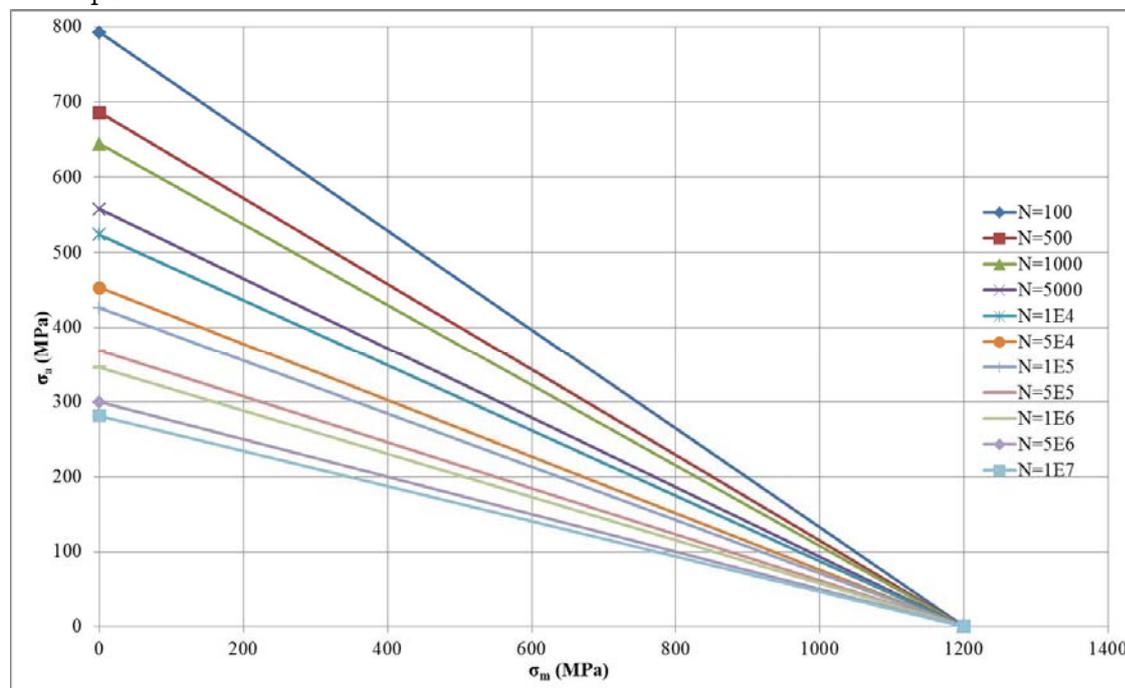


Figura 4. Diagrama de Goodman del composite de fibra de vidrio.

#### 2.4. Fallo debido a tensiones fuera de plano.

El tratamiento recibido habitualmente por las vigas tipo sándwich, se basa en la teoría clásica de vigas, que postula que las caras planas permanecen planas, así mismo los modos de fallo más estudiados hasta la fecha, se basan en aquellos provocados por las tensiones existentes en el plano. Sin embargo, también aparecerán tensiones fuera de plano [6], cuyo valor absoluto sería en principio despreciable, respecto al resto de tensiones que provocaría la flexión de la pieza. Sin embargo el uso de estructuras con propiedades anisótropas, hace que pequeños esfuerzos fuera de la dirección axial y despreciables en comparación con los aparecidos en la misma, puedan provocar el fallo de la estructura. En el caso particular que se estudia en este trabajo, esto tiene especial importancia en la espuma utilizada en el núcleo, debido a su baja resistencia, que aunque no supone un problema cuando los esfuerzos son axiales, si puede suponerlo en otra dirección. Por tanto, se hace necesario un estudio de las tensiones fuera de plano para afrontar el proceso de diseño de la sección resistente y selección de materiales de una manera más rigurosa.

Particularizando la teoría desarrollada por Vargas [7] para este caso particular, se obtiene que las tensiones radiales fuera de plano en las pieles y el núcleo de la viga sándwich, vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\sigma_r = E_{px} \left[ \frac{K_{lp}}{r} + (1 + \varepsilon_0) - \frac{\kappa}{2} r \right] \quad (7)$$

$$\sigma_{re} = E_e \left[ \frac{K_{1e}}{r} + (1 + \varepsilon_0) - \frac{\kappa}{2} r \right] + \frac{K_3}{r} \quad (8)$$

Siendo  $K_i$  constantes que dependen del material y de la geometría de la sección,  $\kappa$  la curvatura del plano medio de la viga,  $r$  el radio de curvatura y  $\varepsilon_0$  la deformación inicial. Las tensiones cortantes fuera de plano son nulas.

Por consiguiente, para que no se produzca el fallo basta con que no se supere la resistencia del material en dirección radial.

### 3. DISEÑO TENIENDO EN CUENTA TODOS LOS MODOS DE FALLO

A continuación se presentan las características de las vigas diseñadas para distintos niveles de vida útil, según el procedimiento presentado en [1]. Dicho procedimiento permite calcular las dimensiones de cada componente de la viga, de manera que se consigue. Al tener en cuenta todos los modos de fallo estudiados, se deduce que nunca se podrá alcanzar la rotura estática por compresión en la piel de compresión. Obsérvese que la tensión máxima en las pieles viene dada por el modo de fallo más restrictivo, lo que puede provocar que existan configuraciones de viga con sección transversal asimétrica.

N	$\sigma_{xmax}$ (MPa)	$\sigma_{xmin}$ (MPa)	Modo de fallo	$\Delta\phi$ (m <sup>-1</sup> )	$e_t$ (mm)	$e_c$ (mm)	$e_e$ (mm)	U/P (Wh/kg)
100	968	-704,7	Pandeo	2	1,60	2,44	11,7	0,533
1000	838	-704,7	Pandeo	2	1,80	2,26	10,5	0,469
10000	742	-704,7	Pandeo	2	1,80	1,90	9,95	0,418
100000	638	-638	Fatiga	2	1,60	1,60	8,77	0,321
1000000	542	-542	Fatiga	2	1,40	1,40	7,32	0,232

Tabla 3. Características y dimensiones de la viga sandwich

Así, pues, se puede observar que para vigas iguales o inferiores a 10000 ciclos, el modo de fallo que predomina en la piel de compresión es el pandeo local, mientras que en la piel de tracción se deben tener en cuenta criterios de fatiga. Para vidas más elevadas la fatiga es el modo de fallo que rige el comportamiento de la viga en ambas pieles. Por otro lado, el fallo por tensión radial en el núcleo no se llega a producir, ya que, como se puede observar en la figura 5, la tensión que debería existir en la piel de tracción para que se produjera dicho fallo, supera con mucho los límites impuestos teniendo en cuenta criterios de vida útil. En el caso de la tensión radial en las pieles, esta nunca supera la resistencia del material empleado, en esa dirección.

Por consiguiente, para un cambio de curvatura  $\Delta\phi$ , que equivale a un par  $M$  determinado, se hace coincidir el pandeo de la piel de compresión con el fallo por fatiga de la piel de compresión, que serán en ambos casos los modos de fallo más restrictivos. De esta manera, se consigue maximizar la tensión que se alcanza en ambas pieles y por tanto la densidad de energía de la viga.

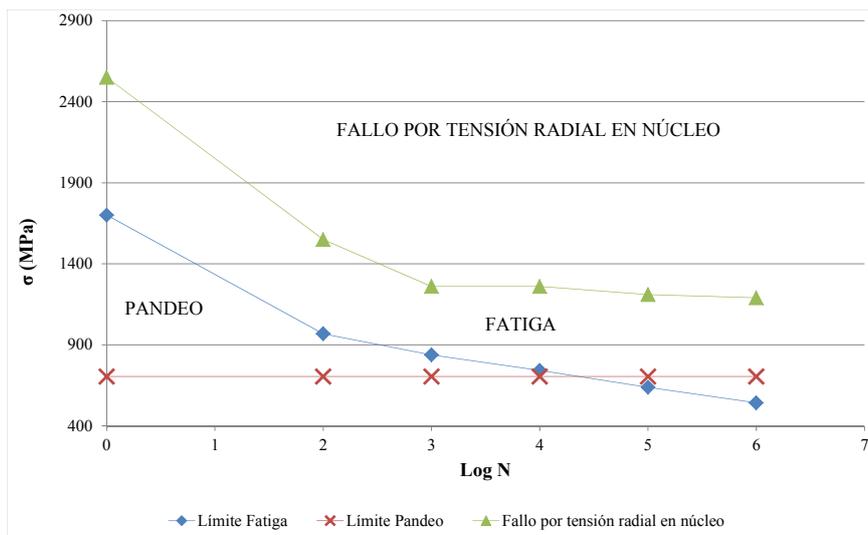


Figura 5. Modos de fallo de la viga sándwich en función del número de ciclos

Conocer los distintos modos de fallo a los que está sometida la viga, permite confeccionar mapas que nos dan una idea del comportamiento que tendrá la misma, en función de otros modos de fallo. Por ejemplo, a continuación se presenta el mapa de modos de fallo de la viga sándwich en función del cociente entre el espesor de la espuma y la piel de tracción y de la piel de compresión entre la piel de compresión, para una cambio de curvatura y espesor de espuma determinados. En dicho mapa se incluye también la densidad de energía de la viga.

Así, se puede comprobar la variación de los modos de fallo y la capacidad de almacenamiento de energía por unidad de peso de la viga, de la relación entre sus principales dimensiones

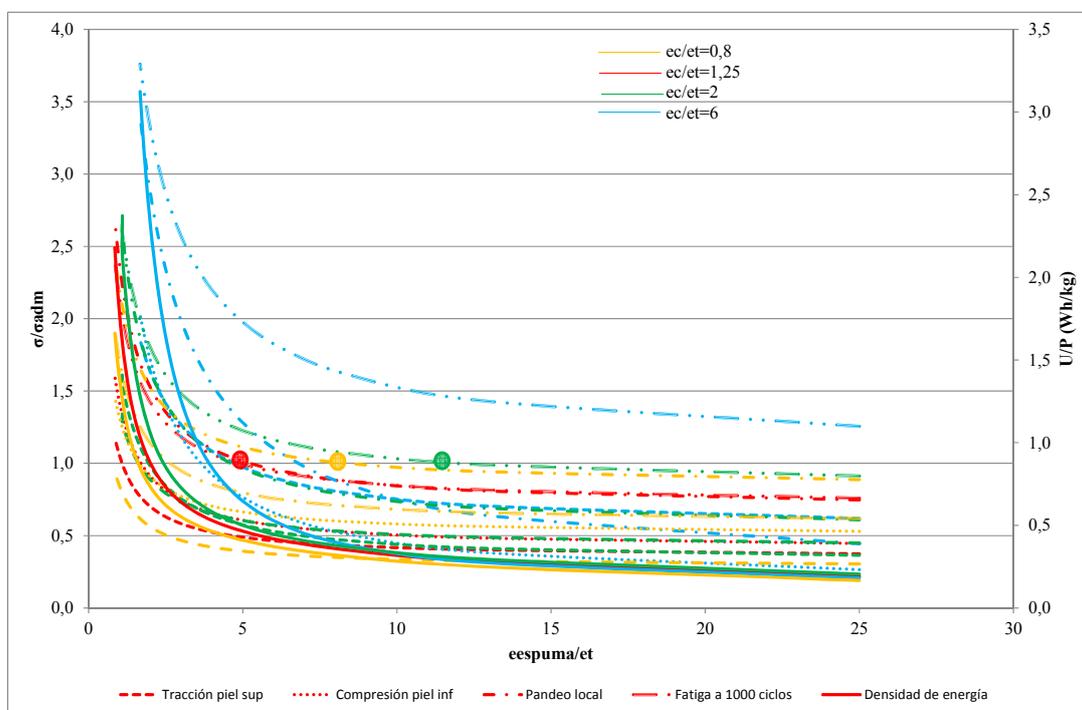


Figura 6. Mapa de modos de fallo de la viga sándwich

#### 4. CONCLUSIONES

Este artículo caracteriza en conjunto, los distintos modos de fallo que pueden presentar vigas sándwich sometidas a flexión pura y grandes deflexiones. Sirve además como resumen de un trabajo mucho más extenso que tiene por objetivo diseñar vigas de este tipo para utilizarlas en aplicaciones de absorción de energía. Todo este trabajo se ilustra con un caso particular, para el que se ha concluido que los modos de fallo que rigen en comportamiento de la misma son la rotura a fatiga y el pandeo de la piel de compresión, ya que estos dos modos siempre aparecen antes que los otros dos estudiados.

#### 5. REFERENCIAS

- [1] Rodríguez, V. et al. *Comprobación experimental de la optimización en peso de vigas tipo sándwich, sometidas a flexión pura*, XVII CNIM, (2010).
- [2] Daniel, I. M., Gdoutos, E. E., Wang, K. A. and Abot, J. L. *Failure Modes of Composite Sandwich Beams*, International Journal of Damage Mechanics 11 (2002), 309–334.
- [3] Fagerberg, L. *Wrinkling and compression failure transition in sandwich panels*, Journals of sandwich structures and materials, vol 6 (2004).
- [4] Gdoutos, E.E. and Daniel, I.M. *Failure mechanism of composite sandwich structures*
- [5] Hoff, N. J. and Mautner, S.E., *The Buckling of Sandwich-Type Panels*, Journal of Aerospace Sciences, Vol. 12 (1945), 285-297.
- [6] Bau-Madsen, N. K. et al. *Large deflections of sandwich plates- An experimental investigation*, Composite structures, vol 46 (1999), 41-51.
- [7] Vargas, G. et al. *Analysis of In-plane and Out-of-plane Thermo-mechanical Stresses In Unsymmetric Cross-ply Curved Laminated Strips*, Journal of Composite Materials, 43 (2009), 3157-3184.