

Multilateración en verificación volumétrica de máquina herramienta

S. Aguado Jiménez ⁽¹⁾, J. Santolaria Mazo ⁽¹⁾, D. Samper Carnicer ⁽¹⁾, J.J. Aguilar Martín ⁽¹⁾

(1) Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad de Zaragoza
saguadoj@unizar.es

El presente artículo presenta la técnica de multilateración como un proceso de mejora en la verificación volumétrica de máquina herramienta mediante laser tracker (LT), a partir de la reducción de la incertidumbre de medida del sistema de medición.

El alcance de la multilateración viene determinado por la técnica de resolución empleada, distribución de los laser trackers y precisión del posicionamiento relativo de estos. Este artículo presenta los principios de la multilateración así como sus técnicas de resolución, tanto analítica como geométrica. Del mismo modo, se presenta un estudio del alcance de la multilateración en función del ángulo espacial de los laser trackers entre sí, la caracterización del ruido de medida de los laser tracker y la técnica de auto-calibración de LTs utilizada. Por lo que se presentan tres técnicas de auto-calibración, ajuste mediante mínimos cuadrados, trilateración y tetralateración, presentando un amplio estudio tanto del proceso de realización como de las ventajas y desventajas de cada técnica en función del ruido de los LTs.

Los estudios realizados permiten seleccionar la técnica de resolución tanto de auto-calibración como de multilateración más precisas, así como el posicionamiento óptimo de los LTs utilizados con el objetivo de mejorar el alcance de la multilateración. Obteniendo unos puntos con menor afectación de incertidumbre de medición.

1. INTRODUCCIÓN

La verificación volumétrica (VV) consiste en la reducción del error volumétrico (ev) global, consecuencia de los errores geométricos de la máquina, mediante un proceso iterativo de identificación de parámetros. Este proceso se basa en la minimización de la diferencia entre puntos teóricos proporcionados por el control numérico de la máquina, y puntos reales capturados mediante laser tracker (LT). Los puntos teóricos se introducen como dato de entrada en el modelo cinemático de la máquina herramienta (MH) donde son afectados por los funciones de aproximación de los errores geométricos calculadas en cada momento. Posteriormente se comparan con los puntos capturados mediante LT, los cuales se encuentran afectados por el error conjunto de todos los errores geométricos reales de la MH [1]

Un tracker es un sistema de medición portátil, el cual proporciona en coordenadas esféricas la coordenadas de un punto medido mediante un rayo laser. La captura de puntos, medición, se realiza mediante el seguimiento de un retro-reflector por parte del LT. El LT, al igual que cualquier sistema de medida, presenta una incertidumbre de medición la cual afecta a las coordenadas capturadas por el LT, modificando el error volumétrico de la máquina. La incertidumbre de medición está constituida por la incertidumbre de los encoder angulares utilizados y la incertidumbre del interferómetro del LT. Siendo la incertidumbre de los encoders angulares las que mayor contribución realizan a la incertidumbre de medida [2]. Las funciones de aproximación obtenidas mediante VV estarán afectadas por el error de medida. Compensando estas un error externo a los errores geométricos de la MH, empeorando la optimización y alejando las funciones de aproximación del comportamiento real de los errores de la MH. Mediante la aplicación de la técnica de multilateralización se puede reducir la contribución del error angular. Sin embargo, en aplicaciones prácticas, parte de estos errores de medición todavía están presentes, consecuencia de un incorrecto proceso de autocalibración o posicionamiento.

Este artículo presenta un estudio del alcance de la multilateración en función de la localización de los diferentes LTs entre sí y la caracterización del ruido de medida de los LTs.

Del mismo modo se presentan las distintas técnicas auto-calibración con la que obtener la posición relativa de los LTs, parámetro fundamental en la obtención de unos puntos de medida con menor influencia de la incertidumbre de medida mediante multilateración.

2. PRINCIPIOS TEÓRICOS DE LA MULTILATERACIÓN

Los laser trackers, al igual que cualquier instrumento de medida, son una fuente de incertidumbre [2]. Esta incertidumbre dependerá fundamentalmente de la resolución de los encoders utilizados en el LT, encoders angulares acimutal y polar e incertidumbre en la dirección radial. Al medir un punto del volumen de trabajo en sistema de referencia máquina SCMH con tres LTs $LT_{i(i=1,2,3)}$ se tendrá medido ese punto en tres sistemas de coordenadas $SCLT_{i(i=1,2,3)}$. Si se transforma el punto medido del $SCLT_{i(i=1,2,3)}$ al sistema SCMH se tendrán tres puntos próximos pero distintos consecuencia del ruido de medida (figura 1).

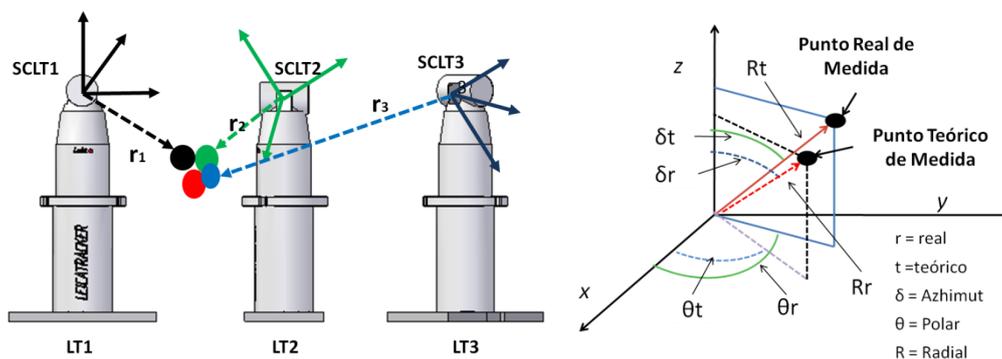


Figura 1. Influencia ruido de medida en las coordenadas proporcionadas por un laser tracker

El ruido de medida de cada uno de los LTs estará formado por dos componentes angulares, azimutal y polar, y por una componente radial (figura 1). La multilateración tiene como objetivo obtener un punto con menor afectación de la incertidumbre de medición, por lo que solamente utiliza la componente radial de cada LT para determinar el nuevo punto multilaterado [3].

Para ello, el nuevo punto se define mediante la intersección de las tres/cuatro esferas, en función del número de LTs empleados, que define la componente radial de cada uno de los LTs. Con (x_i, y_i, z_i) centro de la esfera $LT_{i(i=1,2,3,4)}$.

$$D_1^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \quad (1)$$

$$D_2^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 \quad (2)$$

$$D_3^2 = (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 \quad (3)$$

La resolución del sistema de ecuaciones puede realizarse de manera analítica, geométrica, etc. Presentando cada una de ellas limitaciones distintas en cuanto a la resolución o existencia de solución.

2.1 Multilateración mediante resolución analítica

La resolución analítica es uno de los procesos de cálculo más ampliamente utilizado, el cual consiste en la transformación de este sistema de ecuaciones cuadrático (eq 1..3) a un sistema de ecuaciones lineales. Para ello es necesario generar un nuevo sistema de referencia que cumpla las siguientes características:

- El origen del nuevo sistema SCN coincida con el origen $SCLT_i$, por ejemplo $SCLT_1$.
- El eje de coordenadas X resulte de la unión del origen $SCLT_1$ - $SCLT_2$.
- El eje Y queda definido de manera que el origen de $SCLT_3$ esté incluido en el plano XY.

De esta forma, el sistema de ecuaciones queda reducido a

$$x = (D_1^2 - D_2^2 + x_2^2)/(2x_1) \quad (4)$$

$$y = (D_1^2 - D_3^2 + x_2^2 + y_2^2 - 2xx_2)/(2y_2) \quad (5)$$

$$z = (D_1^2 - x^2 - y^2)^{1/2} \quad (6)$$

El signo de la componente z se puede obtener bien mediante la utilización de un cuarto LT, o bien mediante un posicionamiento adecuado de los tres LTs empleados y el estudio de la componente z de cada uno de los LTs.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{-1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{x_1} & 0 & 0 \\ \frac{-x_2}{x_1 y_2} & \frac{1}{y_2} & 0 \\ \frac{-x_3}{x_1 z_3} + \frac{x_2 y_3}{x_1 y_2 z_3} & \frac{-y_3}{y_2 z_3} & \frac{1}{z_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1^2 - r_0^2 - x_1^2 \\ r_2^2 - r_0^2 - x_2^2 - y_2^2 \\ r_3^2 - r_0^2 - x_3^2 - y_3^2 - z_3^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.2 Multilateración mediante intersección de esferas

El principio de la multilateración se basa en este principio de resolución. Una vez conocida la posición relativa entre las distintas posiciones de los LTs y el sistema MH, mediante la componente radial de la medición de cada punto, se obtienen las coordenadas XYZ del punto intersección de las tres esferas (figura 2).

La resolución geométrica de la intersección de tres esferas necesita de dos pasos para su resolución:

- Calcular el círculo de intersección entre la esfera 1 y la esfera 2, C_1 .
- Calcular la intersección entre la esfera 3 y el círculo C_2 .

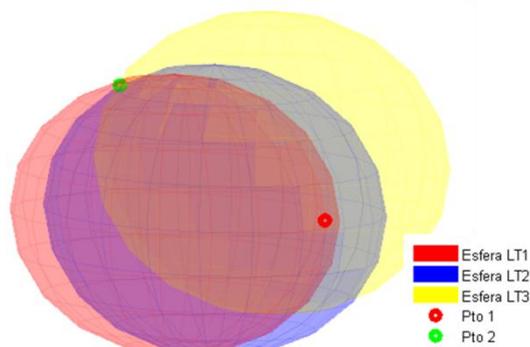


Figura 2. Multilateración mediante intersección de esferas

El cálculo de las coordenadas del punto multilaterado a partir de la información de tres mediciones en tres posiciones diferentes de un mismo punto, trae consigo una indeterminación de la componente Z . Siendo necesario disponer de la información en una cuarta posición para despejarla.

3. TÉCNICAS AUTO-CALIBRACIÓN DE LASER TRACKERS

A la hora de afrontar cualquier proceso de verificación volumétrica mediante LT, bien sea mediante la utilización de un solo LT o bien sea mediante la aplicación de la técnica de multilateración, la adecuación de las funciones de aproximación obtenidas está directamente relacionada con la precisión de los puntos capturados y la precisión de la matriz de roto-traslación entre sistema de coordenadas MH y sistema de coordenadas de referencia. La mejora en la precisión de los puntos capturados se consigue mediante la aplicación de la técnica de multilateración, mientras que el ajuste entre los distintos sistemas de coordenadas se obtiene mediante la aplicación de las técnicas de auto-calibración.

3.1 Auto-calibración mediante mínimos cuadrados

En el caso de realizar la verificación de una máquina mediante la medición de los errores desde una sola posición del sistema de medida; la relación entre sistema de referencia SCLT y SCMH se obtiene mediante el ajuste por mínimos cuadrados entre puntos medidos en SCLT y coordenadas nominales SCMH. Los puntos capturados mediante LT están afectados por los errores geométricos de la MH y por el ruido de medida del LT. El efecto de los errores geométricos en la matriz de roto traslación obtenida se traduce en un centrado de los mismos en el sistema de coordenadas. Sin embargo, la presencia de ruido de medida en los puntos capturados se traduce en una modificación de la matriz de roto-traslación, proporcionando un sistema diferente (figura 3).

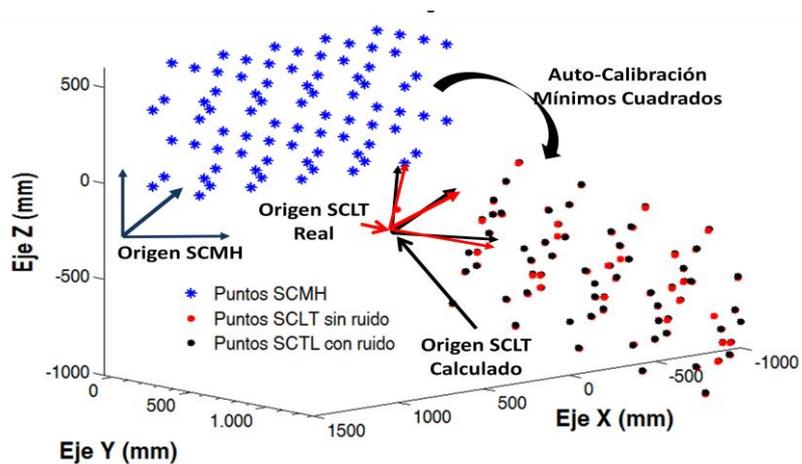


Figura 3. Auto-calibración mediante mínimos cuadrados

Esta técnica puede extrapolarse a la obtención de la matriz de roto-traslación de n LTs por los que se obtendrá la posición de cada uno respecto a un sistema de referencia. A partir de la cual aplicar la técnica de multilateración.

3.2 Auto-calibración mediante trilateración y tetralateración

A diferencia de lo que ocurre con la auto-calibración mediante mínimos cuadrados en la que la posición de los LTs se obtiene a partir de los puntos medidos por los LTs, la trilateración y la tetralateración obtienen la posición de los LTs mediante la optimización de los puntos capturados por cada uno de los LTs [4].

Ambas técnicas requieren los mismos parámetros de entrada. Un sistema de coordenadas de referencia, a partir del cual se obtendrá la posición de todos los demás y unos valores iniciales de los puntos medidos por los distintos LTs en el sistema de referencia seleccionado. Motivo por el cual se toma como origen del sistema de referencia el origen del SC de uno de los LTs empleados, por ejemplo $SCLT_1 (0\ 0\ 0)_{SCRef}$. El sistema de referencia queda completamente definida al indicar que el eje X queda definido al pasar este por el origen $SCLT_2 (x_1\ 0\ 0)_{SCRef}$ y encontrándose $SCLT_3$ en el plano XY $(x_2\ y_2\ 0)_{SCRef}$, en el caso de utilizar un cuarto LT (tetralatración) este se encontrara definido por $(x_3\ y_3\ z_3)_{SCRef}$ (figura 4).

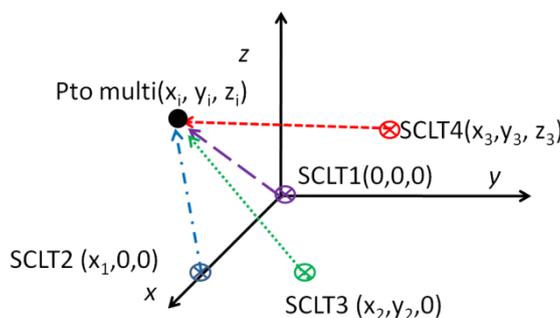


Figura 4. Sistema referencia multilateración tetralateración y trilateración

La trilateración y la tetralateración comparan la componente radial del punto de medida en las distintas posiciones de los LTs. A partir de las coordenadas iniciales de los puntos medidos $(X_i Y_i Z_i)$ se obtiene la componente radial de cada uno de ellos respecto al origen del SC_{Ref} d_i . Teniendo en consideración los parámetros $(x_1 x_2 y_2 x_3 y_3 z_3)$ que nos proporcionan el origen de cada $SCLT_i$, mediante las coordenadas medidas por cada LT se obtiene la distancia de su SCLT al punto medido k_{ij} , con i posición del LT y j punto medido.

$$k_{ij} = \left[(x_{ij} - X_i)^2 + (y_{ij} - Y_i)^2 + (z_{ij} - Z_i)^2 \right]^{1/2} \quad (8)$$

La distancia calculada de ambas maneras debe ser la misma. Si esto no sucede, los parámetros supuestos para el posicionamiento son incorrectos. Los parámetros de posicionamiento de los distintos sistemas se calculan minimizando $Rest$, siendo esta la suma cuadrática de la diferencia k_{ij} para todos los puntos y todos los LTs y n el número de puntos medidos.

$$Rest^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^4 \left\{ \left[(x_{ij} - X_i)^2 + (y_{ij} - Y_i)^2 + (z_{ij} - Z_i)^2 \right]^{1/2} - d_i \right\}^2 \quad (9)$$

La minimización de la diferencia se obtiene mediante la variación de distancia entre LT y posición en el origen $d_{i=1,3}$, posicionamiento relativo de los LTs $x_1, x_2, y_2, x_3, y_3, z_3$ y las coordenadas de los puntos medidos $x_i y_i z_i$. De este modo, esta técnica permite obtener la posición relativa de los LTs y los puntos multilateralizados simultáneamente.

4. INFLUENCIA POSICIONAMIENTO LASER TACKERS EN EL ALCANCE DE LA MULTILATERACIÓN

Cada punto medido por cada laser tracker está rodeado por una elipse de error característica, la cual indica la región de incertidumbre para cada posición. La multilateralización reduce la zona de incertidumbre mediante la intersección de esferas, generando una zona de incertidumbre menor (figura 5). El tamaño de esta zona vendrá determinado por la situación espacial relativa entre los laser tracker, concretamente por el ángulo espacial que formen cada uno de ellos con los demás.

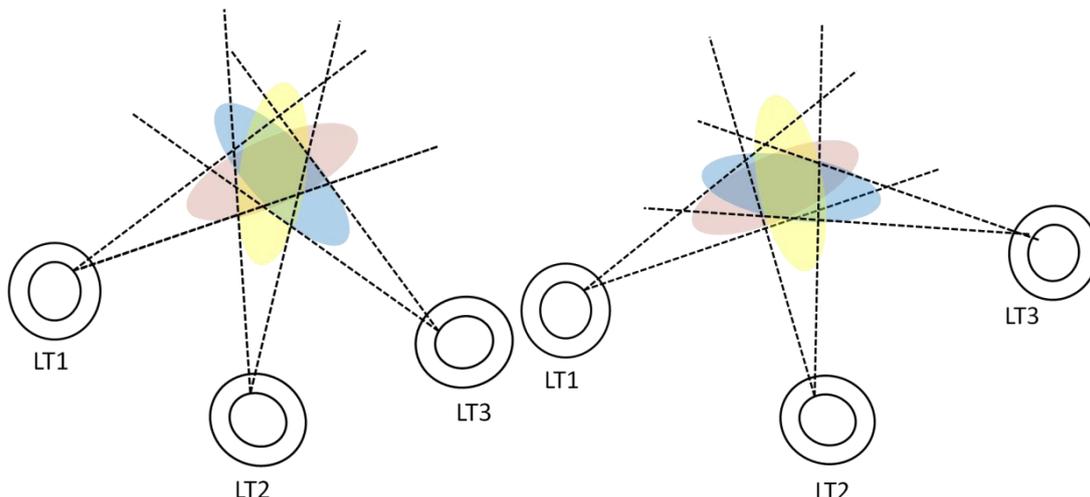


Figura 5. Intersección de las elipses de incertidumbre en función de la posición de los LTs

La reducción máxima del ruido de medición vendrá determinada por la posición de los LTs. Sin embargo, a la hora de realizar ensayos el espacio hábil para la colocación de los LTs no tiene que coincidir con la posición ideal, siendo necesario conocer el límite al que nos enfrentamos en cada posición de los LTs.

Del mismo modo, el posicionamiento de los LTs también determinará el volumen de trabajo a estudiar. Este vendrá determinado por la capacidad de seguimiento del reflector por cada uno de los LTs. El ángulo de visión de los reflectores SQRes de $\pm 30^\circ$ por lo que el ángulo que forman en cualquier punto el laser que está midiendo con respecto a la recta de alineación inicial del mismo debe estar comprendidos en este rango. La capacidad de giro de la cabeza de cada LT también debe ser tenido en consideración a la hora de localizar los LTs para evitar que se corte el rayo y pueda realizarse la medición.

5. ENSAYOS Y RESULTADOS

A la hora de realizar los distintos ensayos, el ruido de medida que afecta a todos los LTs se modela mediante una distribución uniforme de cada uno de sus errores, para cada una de los LTs (tabla 1).

Ruido LTs		
Azimuth	3,00E-05	μrad
Polar	3,00E-05	μrad
Radial	4	μm
	0,8	$\mu\text{m}/\text{m}$

Tabla 1. Caracterización nominal ruido de medida de un LT

En un volumen de trabajo $0 \leq X \leq 1400$, $0 \leq Y \leq 500$, $0 \leq Z \leq 600$, manteniendo la distancia radial y el ángulo espacial de cada uno de los LTs al punto medio del volumen de trabajo $P=[700, 250, 300]$ se realizaron 20.000 mediciones del mismo. En un primer momento los tres LTs están en el mismo punto, al modificar el ángulo espacial los tres LTs el mismo ángulo, se separan formando un tripede.

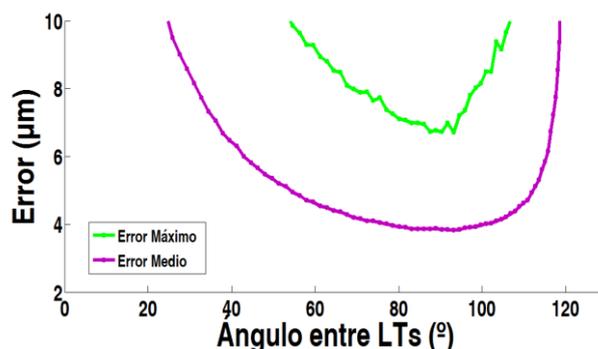


Figura 6. Influencia del ángulo espacial entre LTs en la reducción del error de medida

El mejor resultado se produce con un ángulo espacial de 90° . En este punto se consigue una completa eliminación del ruido angular, consiguiéndose una reducción del ruido del 94.2% (figura 6).

La disposición espacial real de los LTs se encuentra limitada por el espacio útil, así como por las características de los LTs. Por lo que se repitió el mismo ensayo modificando el ángulo espacial de los mismos. Dos LTs con la misma altura LT2-LT3 y un tercero LT1 con una altura mayor variable siendo esta como máximo 2 metros superior a la altura LT2-LT3. En el momento inicial los tres LTs están la misma posición, LT2 y LT3 cambian su ángulo espacial de 0 a 340° , posteriormente se modifica la altura de LT1 modificando el ángulo $\alpha_{12} = \alpha_{13}$

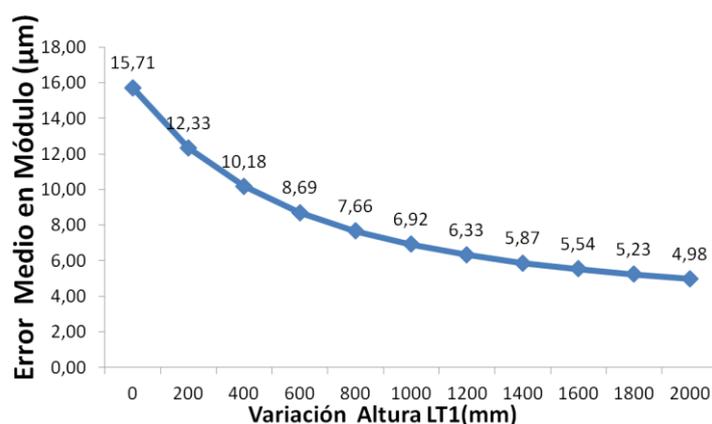


Figura 7. Influencia variación ángulo espacial $\alpha_{1,2}$ $\alpha_{1,3}$ con $\alpha_{2,3}=90^\circ$ en la reducción del error de medida

La mayor reducción se produce al estar más cerca de la posición ideal sin llegar a obtenerlo como consecuencia de las restricciones impuestas (figura 7).

	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
Inicial	0	0	0
Final	1400	500	600
Intervalo	100	100	100

Tabla 2. Volumen de trabajo

Con el objetivo de comprobar la adecuación de cada uno de las técnicas de auto-calibración comentadas, se realizó un estudio de su adecuación mediante un test generado a partir de un generador paramétrico de datos sintéticos. El ensayo se basa en la medición de 600 puntos dentro del volumen de trabajo de la tabla 2, afectados solamente por el ruido de medida de cada uno de los LTs (tabla 1), en función de su posición (tabla3).

Nº LT	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	Giro X (°)	Giro Y(°)	Giro Z(°)
LT 1	700	2769	1950	15	35	20
LT 2	-1228	2548	550	60	5	35
LT 3	2628	2548	550	5	60	40
LT 4	700	250	1300	40	35	5

Tabla 3. Posicionamiento de los laser trackers

La comparación de los distintos métodos de auto-calibración se realizó comparando los resultados obtenidos de las mallas multilaterizadas. El sistema de coordenadas multilaterizado es distinto en función de la técnica de auto-calibración utilizada. Por este motivo no es posible comparar coordenadas directamente, siendo necesario crear un parámetro de control con el que comparar las diferentes técnicas. El parámetro de control elegido fue la media en módulo de la distancia de cada punto de la malla a todos los demás, proporcionándonos información de la precisión de la malla obtenida respecto a la original sin ruido.

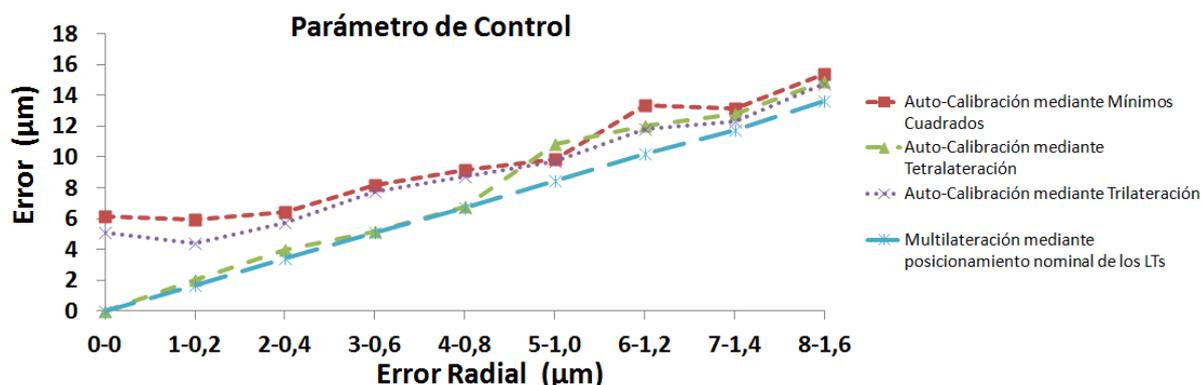


Figura 8. Influencia del ruido radial en las distintas técnicas de auto-calibración

La técnica de auto-calibración a partir de la cual aproximarnos a la multilateración con posicionamiento conocida es la tetralateración, seguida por la trilateración y el ajuste por mínimos cuadrados (figura 8).

6. CONCLUSIONES

La aplicación de multilateración mediante resolución geométrica evita la obtención de puntos sin intersección de esferas, los cuales son proporcionados mediante una aproximación de los mismos a partir de la resolución analítica de los mismos. Del mismo modo, el alcance de la multilateración depende fuertemente del ángulo espacial que forman los LTs entre sí, consiguiéndose la reducción máxima posible cuando el ángulo espacial $\alpha_{12} = \alpha_{13} = \alpha_{23} = 90^\circ$. En caso de no poder obtener el mismo valor para los distintos ángulos espaciales, es recomendable que este tome un valor entre 25° y 90° y no 90° y 120° . En ambas zonas el rango del error varía del 100% del error radial de un LT para $\alpha = 90^\circ$ a un 300% para $\alpha = 120^\circ$ o $\alpha = 25^\circ$ sin embargo, en la primera zona la variación del error es más progresiva.

La presencia del ruido de medida en los datos obtenidos afecta a la obtención del posicionamiento relativo de los LTs entre sí, así como al alcance de la multilateración. La técnica de auto-calibración más precisa es la tetralateración, especialmente con un ruido radial bajo, seguido por la trilateración. Sin embargo, el coste computacional es mucho mayor que la auto-calibración mediante mínimos cuadrados, siendo necesario unos buenos valores iniciales en la optimización. Del mismo modo, el alcance de la multilateración se reduce linealmente al aumentar del mismo modo el ruido de medida radial.

7. REFERENCIAS

- [1] S.Aguado, D.Samper, J. Santolaria, J.J. Aguilar. *Identification strategy of error parameter in volumetric error compensation of machine tool based on laser tracker measurements*. International Journal of Machine tool & Manufacture. Volume 53. Pages 160-169.
- [2] Teoh, P., Shirinzadeh, B., Foong, C. and Alici, G. *The measurement uncertainties in the laser interferometry based sensing and tracking technique*. Measurement Science and Technology, vol. 32,(2002). Pages. 135-150.
- [3] S.Aguado, D.Samper, J. Santolaria, J.J. Aguilar. *Towards an effective identification strategy in volumetric error compensation of machine tools*. Measurement Science and Technology Vol 23 (2012).
- [4] Tkatsuji, T., Goto, M., Kirita, A., Kurosawa, T., Tanimura, Y. *The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration*. Measurement Science and Technology. Vol 11 (2000). Pages 477-483.