Modelado acústico 3D de silenciadores de escape multicámara con superficies microperforadas y de impedancia constante.

F.D. Denia(1), **E.M. Sánchez-Orgaz**(1), **F.J. Fuenmayor**(1)

D.J. Busquets(2)

(1) Centro de Investigación de Tecnología de Vehículos. Universitat Politècnica de València
fdenia@mcm.upv.es

(2) Instituto de Tecnología de Materiales. Universitat Politècnica de València

En este trabajo se presenta la aplicación del método de elementos finitos (MEF) al modelado del comportamiento acústico de silenciadores multicámara con conductos centrales microperforados y de impedancia constante. Se plantea la búsqueda de diseños novedosos basados en la utilización de dos posibles tipos de superficies diferentes. Por un lado, superficies microperforadas cuyo comportamiento es muy efectivo en el rango de bajas frecuencias, según estudios recientes. Por otro, superficies de impedancia aproximadamente constante desarrolladas por los equipos investigadores del CITV e ITM, que permiten la reducción de las emisiones sonoras en el rango de medias y altas frecuencias. El objetivo final de dichos diseños consiste en encontrar alternativas a la configuración clásica de silenciador disipativo con material absorbente y conducto perforado, habida cuenta de los inconvenientes asociados a este tipo de silenciador (peso, efectos potencialmente dañinos de algunas fibras para la salud, etc.). Se ha llevado a cabo un análisis detallado basado en el MEF para comparar el comportamiento acústico de los tipos de silenciadores mencionados que incluye las características de las superficies de impedancia constante y los conductos microperforados (porosidad, espesor y diámetro del orificio), las propiedades del material absorbente (resistividad) y las dimensiones geométricas de las configuraciones de silenciador bajo análisis (número de cámaras y sus longitudes asociadas). Los resultados obtenidos muestran que la utilización de superficies microperforadas y de impedancia constante pueden constituir una alternativa eficaz a los silenciadores disipativos tradicionales.

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de los silenciadores ubicados en los sistemas de escape de los vehículos es reducir las emisiones acústicas por debajo de los límites permitidos. En los últimos años el uso del material absorbente en este tipo de silenciadores se ha visto incrementado de forma considerable, debido a la efectividad que presenta en el rango de medias y altas frecuencias.

Las metodologías tridimensionales han reemplazado a las unidimensionales debido a su mayor precisión, ya que estas últimas solo pueden tener en cuenta modelos de onda plana. Las metodologías tridimensionales se pueden clasificar en métodos de tipo numérico, como el método de los elementos de contorno (MEC) [1] o el método de los elementos finitos (MEF) [2-4], y aquellos basados en técnicas analíticas [5]. Estas últimas, a pesar de su bajo coste computacional están limitadas a geometrías simples y propiedades uniformes. Entre los métodos numéricos, el MEF es más versátil cuando los silenciadores se modelan bajo condiciones reales. Por ello, este método se ha aplicado de forma generalizada en la literatura.

Por otro lado, se está investigando con el objetivo de encontrar alternativas al uso de materiales absorbentes. Están alternativas pueden ser útiles en lo concerniente al peso y el coste del silenciador. Al mismo tiempo, es interesante evitar los efectos potencialmente perjudiciales para la salud de algunas fibras, así como reducir la contaminación ambiental causada por la degradación de las propiedades del material absorbente. Entre dichas alternativas, se ha centrado la atención sobre las superficies microperforadas [6], al menos a bajas frecuencias. Las superficies de impedancia aproximadamente constante [7] desarrolladas por los equipos de investigación del CITV y del ITM permiten la reducción de las emisiones sonoras en el rango de medias y altas frecuencias.

En este artículo se ha aplicado un enfoque basado en el método de los elementos finitos para realizar un estudio del comportamiento acústico de silenciadores multicámara con superficies microperforadas y conductos de impedancia constante. Se proporcionan algunos detalles de la aplicación de técnicas de optimización.

2. MODELO MATEMÁTICO

2.1 Formulación de elementos finitos

En la figura 1 se muestra de forma esquemática la estructura de un silenciador multicámara.

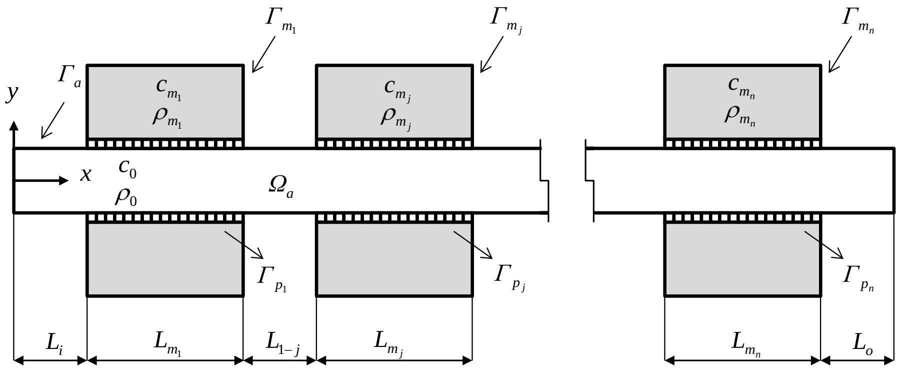

Figura 1. Silenciador multicámara con conducto perforado y material absorbente

Este silenciador se compone de varias cámaras con tubo perforado rodeado de material absorbente, con propiedades homogéneas. Los volúmenes y contornos asociados son Ω_a, Ω_m, Γ_a, Γ_m y la región perforada se denota mediante Γ_p. En el conducto perforado el medio de propagación es aire, con densidad y velocidad del sonido ρ_0 y c_0, respectivamente. En lo referente al material absorbente, ρ_m y c_m representan los valores acústicos equivalentes de densidad y velocidad del sonido, en general complejos y dependientes de la frecuencia. En el tubo central, la propagación de la onda se rige por la ecuación de Helmholtz [8],

$$\nabla^2 P_a + k_0^2 P_a = 0 \tag{1}$$

donde ∇^2 es el operador laplaciano, P_a la presión acústica y k_0 el número de onda del aire, definido como el cociente de la velocidad angular ω y la velocidad del sonido c_0.

En el material absorbente la propagación de la onda viene dada en cada cámara por la ecuación,

$$\nabla^2 P_m + k_m^2 P_m = 0 \tag{2}$$

siendo $k_m = \omega / c_m$ el número de onda complejo equivalente asociado al material absorbente.

Según el MEF, la presión acústica dentro de cada elemento e de la malla del silenciador se interpola mediante funciones de forma [9], lo que conduce a las siguientes expresiones:

$$P_a = \sum_{i=1}^{N_{npe}} N_i \tilde{P}_{a_i}^e = \mathbf{N}\tilde{\mathbf{P}}_a^e \qquad P_m = \sum_{i=1}^{N_{npe}} N_i \tilde{P}_{m_i}^e = \mathbf{N}\tilde{\mathbf{P}}_m^e \tag{3), (4}$$

donde $\tilde{P}^e_{a_i}$ y $\tilde{P}^e_{m_i}$ son las presiones nodales, N_i las funciones de forma y N_{npe} el número de nodos por elemento. Utilizando el método de los residuos ponderados en combinación con la formulación de Galerkin [9], y aplicando el teorema de Green, el residuo ponderado asociado al subdominio Ω_a puede escribirse como

$$\sum_{e=1}^{N_e^a}\left(\int_{\Omega_a^e}\nabla^T\mathbf{N}\nabla\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega-k_0^2\int_{\Omega_a^e}\mathbf{N}^T\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega\right)\tilde{\mathbf{P}}_e^a=\sum_{e=1}^{N_e^a}\int_{\Gamma_a^e}\mathbf{N}^T\left(\partial P_a/\partial n\right)\mathrm{d}\Gamma \tag{5}$$

y el asociado al subdominio Ω_m como

$$\sum_{e=1}^{N_e^m}\left(\int_{\Omega_m^e}\nabla^T\mathbf{N}\nabla\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega-k_m^2\int_{\Omega_m^e}\mathbf{N}^T\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega\right)\tilde{\mathbf{P}}_e^m=\sum_{e=1}^{N_e^m}\int_{\Gamma_m^e}\mathbf{N}^T\left(\partial P_m/\partial n\right)\mathrm{d}\Gamma \tag{6}$$

donde N_e^a y N_e^m son el número de elementos finitos en los subdominios correspondientes al tubo perforado central y el material absorbente, respectivamente, y n es el vector unitario saliente normal al contorno.

La condición de pared rígida se satisface en el contorno $\Gamma_a-\Gamma_p-\Gamma_i-\Gamma_o$, por tanto en el lado derecho de la integral de la ecuación (5) se calcula únicamente sobre el contorno del tubo perforado Γ_p y las superficies de entrada Γ_i y salida Γ_o, respectivamente. La contribución del contorno del perforado Γ_p en la integral de superficie puede ser evaluada mediante la relación que define la impedancia acústica del tubo perforado [8]. De acuerdo con la ecuación de Euler, el gradiente de presión normal en la superficie perforada del tubo central se puede expresar como,

$$\partial P_a/\partial n=-\rho_0\left(\partial U_{n_a}/\partial t\right)=-j\rho_0\omega U_{n_a} \tag{7}$$

siendo U_{n_a} la velocidad acústica normal a la superficie perforada.

La impedancia acústica de la superficie perforada se define como el cociente de la diferencia de presiones a través del perforado con respecto a la velocidad acústica normal, y puede ser escrita como,

$$\tilde{Z}_p=\left(P_a-P_m\right)/U_{n_a} \tag{8}$$

Un procedimiento similar se puede aplicar al cálculo del lado derecho de la integral de la ecuación (6). En este caso, solamente se tiene en cuenta la contribución del conducto perforado. Si se considera la ecuación de Euler, el gradiente de presión normal en la superficie perforada por el lado correspondiente al material absorbente es

$$\partial P_m/\partial n=-\rho_m\,\partial U_{n_m}/\partial t=-j\rho_m\omega U_{n_m} \tag{9}$$

donde U_{n_m} es la velocidad normal a dicha superficie.

A continuación, combinando las ecuaciones (3)-(5), (8) y (9), y considerando continuidad de la velocidad acústica normal (cabe indicar que los vectores unitarios normales salientes asociados a cada región tienen sentido contrario), se obtiene la siguiente expresión para el dominio del conducto central:

$$\sum_{e=1}^{N_e^a}\left(\int_{\Omega_a^e}\nabla^{\mathrm{T}}\mathbf{N}\nabla\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega - k_0\int_{\Omega_a^e}\mathbf{N}^{\mathrm{T}}\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega\right)\tilde{P}_a^e = \sum_{e=1}^{N_e^a}\int_{\Gamma_a^e\cap\Gamma_i}\mathbf{N}^{\mathrm{T}}\frac{\partial P_a}{\partial n}\mathrm{d}\Gamma + \sum_{e=1}^{N_e^a}\int_{\Gamma_a^e\cap\Gamma_o}\mathbf{N}^{\mathrm{T}}\frac{\partial P_a}{\partial n}\mathrm{d}\Gamma \\ \frac{-j\rho_0\omega}{\tilde{Z}_p}\sum_{e=1}^{N_e^a}\int_{\Gamma_a^e\cap\Gamma_p}\mathbf{N}^{\mathrm{T}}(\mathbf{N}\tilde{\mathbf{P}}_a^e - \mathbf{N}\tilde{\mathbf{P}}_m^e)\mathrm{d}\Gamma \tag{10}$$

donde las integrales sobre Γ_i y Γ_o están asociadas a las condiciones de excitación habituales y la integral sobre Γ_p representa el acoplamiento entre Ω_a y Ω_m. Del mismo modo, el residuo ponderado relacionado con el subdominio del material absorbente se pueden expresar como,

$$\sum_{e=1}^{N_e^m}\left(\int_{\Omega_m^e}\nabla^{\mathrm{T}}\mathbf{N}\nabla\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega - k_m\int_{\Omega_m^e}\mathbf{N}^{\mathrm{T}}\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega\right)\tilde{P}_m^e = \frac{-j\rho_0\omega}{\tilde{Z}_p}\sum_{e=1}^{N_e^m}\int_{\Gamma_m^e\cap\Gamma_p}\mathbf{N}^{\mathrm{T}}(\mathbf{N}\tilde{\mathbf{P}}_a^e - \mathbf{N}\tilde{\mathbf{P}}_m^e)\mathrm{d}\Gamma \tag{11}$$

El sistema final de ecuaciones se puede resolver una vez se han aplicado las correspondientes condiciones de contorno. Obtenida la solución (presiones nodales), la respuesta acústica del silenciador se puede evaluar en base al índice de pérdidas de transmisión (TL), que se define como la diferencia entre la potencia sonora incidente y la transmitida aguas abajo considerando terminación anecoica. Se puede calcular como [8]

$$TL = 20\log_{10}\left(|P_{inc}|/|P_{trans}|\right) \tag{12}$$

donde P_{inc} y P_{trans} son las presiones incidente y transmitida, respectivamente.
La formulación previa de EF se ha presentado para la configuración de silenciador multicámara con conducto perforado y material absorbente. Se puede modificar fácilmente para adaptarla a las otras dos configuraciones bajo estudio (conducto microperforado y de impedancia constante) considerando la impedancia correspondiente en cada caso.

2.2 Impedancia acústica del tubo perforado en presencia de material absorbente

Como se mostró en el trabajo de Kirby y Cummings [10], la impedancia acústica del tubo perforado en presencia de material absorbente homogéneo puede ser expresada como [5]

$$\tilde{Z}_p = Z_0\left(0.006 + jk_0\left(t_p + 0.425 d_h\left(1 + (Z_m/Z_0)(k_m/k_0)\right)F(\sigma)\right)\right)/\sigma \tag{13}$$

donde d_h denota el diámetro del orificio, t_p el espesor, σ la porosidad y $F(\sigma)$ un factor que tiene en cuenta la interacción entre orificios. Aquí, se obtiene como el promedio entre los $F_F(\sigma)$ valores proporcionados por las correcciones de Ingard y Fok, denotadas como $F_I(\sigma)$ y, respectivamente. Las funciones de Ingard y Fok vienen dadas por

$$F_I = 1 - 0.7\sqrt{\sigma} \qquad F_F = 1 - 1.41\sqrt{\sigma} + 0.34\left(\sqrt{\sigma}\right)^3 + 0.07\left(\sqrt{\sigma}\right) \tag{14), (15}$$

La impedancia característica y el número de onda del material absorbente son

$$Z_m/Z_0 = ((1 + 0.09534(f\rho_0/R)^{-0.754}) + j(-0.08504(f\rho_0/R)^{-0.732})) \tag{16}$$

$$k_m/k_0 = ((1 + 0.16(f\rho_0/R)^{-0.577}) + j(-0.18897(f\rho_0/R)^{-0.595})) \tag{17}$$

donde Z_0 es la impedancia característica del aire, f la frecuencia y R la resistividad del material absorbente, siendo de 4896 rayl/m la del material utilizado en este estudio.

2.3 Superficie microperforada

En trabajos recientes [6] la impedancia normalizada $\tilde{Z}_p/(\rho_0\, c_0)$ para placas perforadas con agujeros circulares bajo condiciones sin flujo se expresa como

$$z_{ci} = r_{ci} + jx_{ci} \tag{18}$$

donde la resistencia normalizada se define como

$$r_{ci} = \mathrm{Re}\left(j\omega t/(\sigma\, c_0)\left(\left(1-2\Big/(\kappa\sqrt{-j})\left(J_1(\kappa\sqrt{-j})\Big/(J_0(\kappa\sqrt{-j})\right)\right)^{-1}\right) + 2\,\alpha\, R_s/\sigma\,\rho_0 c_0 + \left|\hat{u}_h\right|/(\sigma\, c_0) \tag{19}$$

y la reactancia normalizada

$$x_{ci} = \mathrm{Im}\ \left(j\omega t/(\sigma\, c_0)\left(\left(1-2\Big/(\kappa\sqrt{-j})\left(J_1(\kappa\sqrt{-j})\Big/(J_0(\kappa\sqrt{-j})\right)\right)^{-1}\right) + \left(\delta_{ci}\omega\ \left(1+\ \left(\left|\hat{u}_h\right|/\sigma\, c_0\right)\right)^{-1}\right)\Big/(\sigma\, c_0) + \left|\hat{u}_h\right|/(\sigma\, c_0) \tag{20}$$

El subíndice *ci* denota placas perforadas con agujeros circulares, $\kappa = d\sqrt{\omega/(4\upsilon)}$ es el número de onda tangencial (adimensional) relativo al radio del agujero con respecto al espesor de la capa límite, υ es la viscosidad cinemática y J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de primera clase y orden cero y uno, respectivamente. Además, $\delta_{ci} = 8d/(3\pi)$ y R_S es la resistencia de la superficie causada por un flujo viscoso oscilatorio sobre una placa infinita, dada por $R_S = 1/2\sqrt{2\eta\rho_0\omega}$, donde η es la viscosidad dinámica [6]. Por otro lado, α es un factor de valor 4 para orificios de cantos vivos e igual a 2 para orificios de bordes redondeados, de acuerdo con las medidas de Allam y Åbom [6]. $\left|\hat{u}_h\right|$ es el valor absoluto de del pico de velocidad de la partícula en el interior de los orificios. En estas fórmulas, se asume que σ es inferior al 5%, por lo que los efectos de la interacción entre orificios son despreciables.

2.4 Superficie de impedancia aproximadamente constante

Se han fabricado varias placas metálicas delgadas mediante sinterización (Ti-6Al-4V y Co-Cr). El comportamiento acústico se ha estudiado para varias muestras, y algunos de los resultados experimentales (impedancia adimensional) se pueden observar en la figura 2.

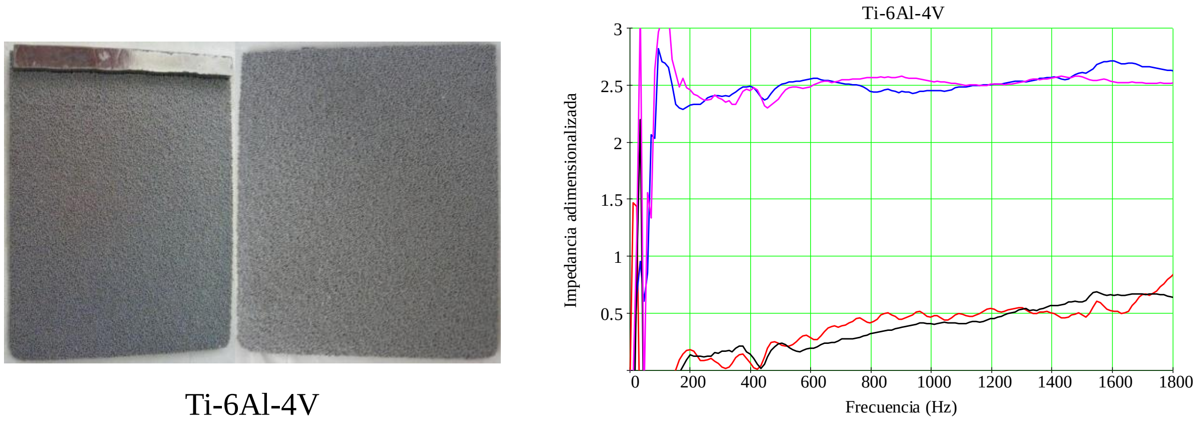

Figura 2. Placa sinterizada de Ti-6Al-4V e impedancia acústica asociada. Muestra 1, parte real (——), parte imaginaria (——). Muestra 2, parte real (——), parte imaginaria (——)

En general se obtiene una impedancia con parte real casi constante que depende, entre otras cosas, del espesor, el material, la porosidad y el tamaño de partícula. La parte imaginaria, de menor magnitud, muestra una cierta dependencia de la frecuencia.

2.5 Optimización

La forma óptima de un silenciador con varias cámaras se puede obtener a partir del modelo de elementos finitos mediante la utilización de procedimientos de optimización. En este caso se ha utilizado el programa modeFRONTIER como software de optimización. Se muestra un esquema del procedimiento en la figura 3.

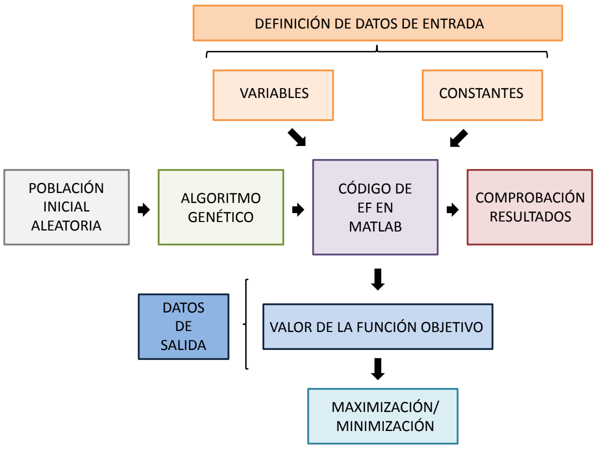

Figura 3. Diagrama de flujo del proceso de optimización

Como aplicación, se ha elegido una configuración inicial de silenciador con tres cámaras definida por sus parámetros geométricos, que se pueden dividir en variables y constantes. Entre los primeros se encuentran las longitudes de las cámaras y el espesor, mientras que los restantes (porosidad, radio de los tubos de entrada/salida, etc.) pertenecen al segundo grupo. Estos parámetros son datos de entrada, que permiten la generación de una población inicial creada de forma aleatoria dentro de los límites especificados para cada variable. Esta población será analizada por el programa de EF obteniendo así un valor objetivo. La función objetivo utilizada en este trabajo es la suma del valor medio de TL en el rango de frecuencias de interés, y la inversa de la desviación típica obtenida para el mismo rango. El algoritmo genético (AG) guía la optimización a través de sus parámetros (cruzado, selección y mutación) generando nuevos individuos hasta obtener la geometría óptima, aquella que logra mayor atenuación en el rango deseado.

3. RESULTADOS

Las características geométricas de los silenciadores se muestran en las tablas 1, 2 y 3.

Nº de subcámaras	Longitud subcámaras (m)	Radio (m)	Espesor (m)
4	0.12425	0.075	0.001

Tabla 1. Características geométricas del silenciador con cuatro cámaras de igual longitud

Subcámara	Longitud (m)	Radio (m)	Espesor (m)
1	0.245	0.0886	0.017
2	0.13	0.0886	
3	0.133	0.0886	0.025

Tabla 2. Características geométricas de cada subcámara del silenciador multicámara optimizado

Tipo de tubo	Diámetro Orificio (m)	Espesor Orificio (m)	Porosidad (%)
Microperforado	0.001	0.001	2
Perforado	0.0035	0.001	11

Tabla 3. Características de los conductos perforado y microperforado

En todas las configuraciones, los radios de los conductos de entrada/salida valen 0.0268 m, excepto para el silenciador de cuatro cámaras, con radio de 0.0285 m. Para los cálculos referidos a las superficies de impedancia constante se considerará el valor $\tilde{Z}_p = Z_0$.

3.1 Efecto de la combinación de superficies

Combinar superficies puede mejorar el comportamiento de la superficie dominante. Esta última podría ser, por ejemplo, aquella superficie que está presente en un mayor número de cámaras o la asociada a la más larga, dependiendo de la configuración a estudiar. Con ello se busca mejorar los niveles de atenuación en el rango de frecuencias, donde la actuación de la superficie dominante es peor, a expensas de disminuir la máxima atenuación conseguida por este tipo de superficie. En la figura 4 se muestran los resultados de combinar las superficies microperforadas con las de impedancia constante. Para mayor información sobre la geometría, véase la tabla 1. Los datos de perforaciones y microperforaciones se detallan en la tabla 3.

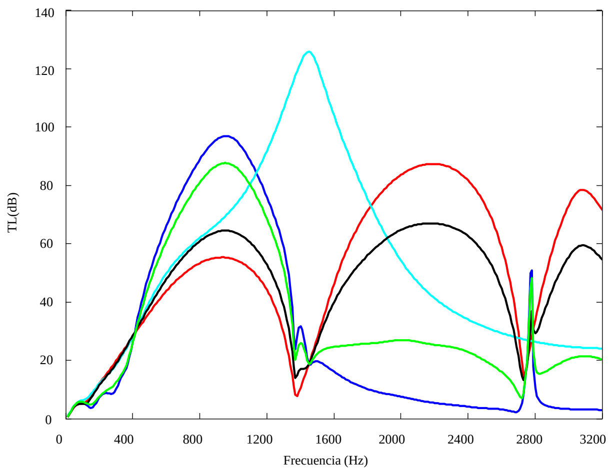

Figura 4. Comparación de TL: 4 cámaras, absorbente y perforado (——); 4 cámaras, microperforado (——); 4 cámaras, impedancia constante (——); 3 cámaras, impedancia constante, 1 cámara, microperforado (——); 3 cámaras, microperforado, 1 cámara, impedancia constante (——)

3.2 Optimización

La figura 5 muestra la comparación del TL de dos silenciadores tricámara. En ambos casos se considera conducto central microperforado, cuyas características se detallan en la tabla 3. La longitud total del silenciador es de 0.55 m. Para este ejemplo en particular, el rango de frecuencia en el que se ha llevado a cabo el proceso de optimización es de 0 Hz a 1200 Hz. Optimizando la longitud de las cámaras (tabla 2), la atenuación lograda a bajas frecuencias aumenta. Esto es consecuencia de la eliminación de la banda de paso del TL a aproximadamente 1000 Hz. Dicha banda de paso aparece en la configuración con subcámaras iguales para aquella frecuencia a la que la longitud de las subcámaras coincide con media longitud de onda.

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El MEF se ha aplicado para evaluar la atenuación acústica de silenciadores multicámara con tubos centrales microperforados y con impedancia constante. Estas superficies han demostrado ser una alternativa al silenciador disipativo perforado. La combinación de diferentes tipos de superficies y un procedimiento de optimización han demostrado ser una herramienta de diseño interesante desde un punto de vista práctico. Esto se debe a que el espectro de frecuencias de atenuación del silenciador se puede adaptar a la emisión sonora de una fuente de ruido concreta. Para ello, el silenciador debe incorporar una combinación apropiada de longitudes de cámara, superficies microperforadas y de impedancia constante.

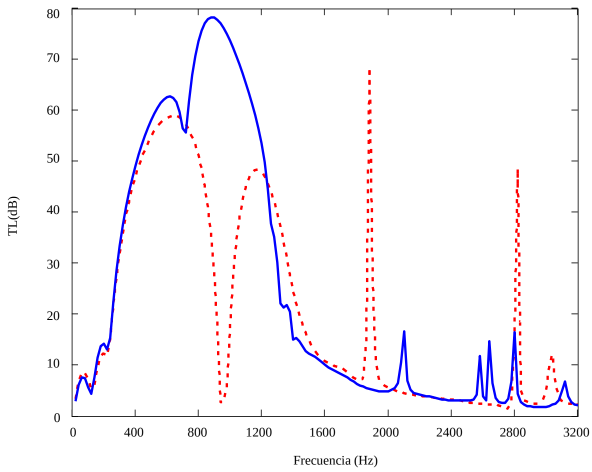

Figura 5. Comparación de TL: silenciador con tres cámaras de igual longitud (------); silenciador con la longitud optimizada para cada una de las cámaras (——)

5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad (proyecto DPI2010-15412) y la Conselleria d'Educació, Formació i Ocupació, Generalitat Valenciana (proyecto Prometeo/2012/023).

6. REFERENCIAS

[1] T.W. Wu, *Boundary Elements Acoustics*, WIT Press, (2000).

[2] A. Craggs, *A finite element method for modeling dissipative mufflers with a locally reactive lining*, J. of Sound and Vibration, 54 (1977), 285-296.

[3] K.S. Peat and K.L. Rathi, *A finite analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers*, J. of Sound and Vibration, 184 (1995), 529-545.

[4] F.D. Denia, J. Martínez-Casas, L. Baeza, F.J. Fuenmayor, *Acoustic modelling of exhaust devices with nonconforming finite elements meshes and transfer matrices*, Applied Acoustics, 67 (2012), 713-722.

[5] F.D. Denia, A. Selamet. F.J. Fuenmayor and R. Kirby, *Acoustic attenuation performance of perforated dissipative mufflers with empty inlet/outlet extensions,* J. of Sound and Vibration, 302 (2007), 1000-1017.

[6] S. Allam, M. Åbom. *A new type of muffler based on Micro-Perforated tubes*, J. Vibration and Acoustics, 133 (2011), 1-8.

[7] J. L. Merino, *Desarrollo e implementación de herramientas experimentales y numéricas para la caracterización acústica de placas metálicas sinterizadas*, Proyecto Final de Carrera, Univ. Politècnica de València, València, (2011).

[8] M. L. Munjal, *Acoustic of Ducts and Mufflers*, Wiley, Nueva York, (1977).

[9] O.C. Zienkievicz, R.L. Taylor and J.Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, Elsevier Butterworth-Heinemann, Amsterdam, (2005).

[10] R. Kirby and A. Cummings, *The impedance of perforated plates subjected to grazing gas flow and backed porous*, J. of Sound and Vibration, 217 (1998), 619-636.