# Técnica experimental con excitación simultánea para la caracterización acústica de elementos de una línea de escape en presencia de flujo medio

A. M. Pedrosa<sup>(1)</sup>, F. D. Denia<sup>(1)</sup>, A. J.  $Besa^{(1)}$ , F. J. Fuenmayor<sup>(1)</sup>

(1) Centro de Investigación de Tecnología de Vehículos. Universitat Politècnica de València anpedsan@dimm.upv.es

Este trabajo describe una técnica experimental que permite obtener la caracterización acústica de silenciadores de escape en presencia de flujo medio. La representación del comportamiento del sistema se hará empleando la matriz de transferencia, que relaciona dos variables acústicas, presión y flujo másico, a la entrada y salida del mismo. La obtención experimental de los polos de la matriz de transferencia requiere la realización de dos ensayos independientes. Tradicionalmente estos dos ensayos se han llevado a cabo cambiando las condiciones de contorno al final de la línea del dispositivo experimental, método de las dos cargas, o bien cambiando la posición del excitador acústico, método de las dos fuentes. La metodología presentada en este trabajo está basada en este último, pero los dos ensayos se llevan a cabo simultáneamente reduciendo, consecuentemente, el tiempo de toma de medidas a la mitad. Este factor es importante dado que las variables ambientales en este tipo de ensayos, como son la temperatura o el flujo, pueden variar en el tiempo.

A partir de los términos de la matriz de transferencia, es posible obtener el índice de pérdida de transmisión (Transmision Loss, TL), empleado habitualmente en la descripción de silenciadores y otros dispositivos de la línea de escape. La validación de esta metodología se ha obtenido comparando los cuatro polos de un conducto recto medidos experimentalmente con su valor teórico, que es conocido. Se ha obtenido también el TL de algunos silenciadores y se ha comparado con el obtenido mediante el método de Elementos Finitos.

# 1. INTRODUCCIÓN

Es usual representar el comportamiento acústico de un silenciador a través de su matriz de cuatro polos, que relaciona dos variables de estado a la entrada y a la salida del mismo. La formulación de esta matriz no es única, depende de las variables de estado seleccionadas y de qué se considere entrada o salida. La expresión clásica de la matriz de transferencia es

$$\begin{bmatrix} P_a \\ V_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_b \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_b \\ V_b \end{bmatrix}$$
(1)

donde P y V corresponden a la presión y flujo másico en las secciones de entrada (subíndice a) y salida (subíndice b) como queda representado en la Figura 1.



Figura 1. Variables de estado

A partir de los polos de la matriz de transferencia, puede obtenerse el índice de pérdida de transmisión del silenciador (Transmision Loss – TL). Este índice representa la relación, en dB, entre la potencia acústica de la onda que incide al silenciador y la transmitida por este, considerando una terminación anecoica. Para un sistema con conductos de entrada y salida iguales, su expresión resulta

$$TL = 20 \cdot \log_{10} \left| \left( A + B/Y + Y \cdot C + D \right) / 2 \right|$$
(2)

donde Y es la impedancia característica del conducto, en presencia de flujo medio y es igual a  $Y=Y_0(1-\alpha/k_0+j\alpha/k_0)$ ,  $Y_0$  es la impedancia característica del conducto en ausencia de flujo medio y se obtiene como  $Y_0=c_0/S$ ,  $c_0$  es la velocidad del sonido en el medio, S la sección transversal del conducto,  $\alpha$  define la atenuación acústica y se calcula como la suma del coeficiente de atenuación viscotérmica  $\alpha_0 = (2\sqrt{\mu\omega/2\rho_0}/(Dc_0))$  y el coeficiente de fricción turbulenta del fluido, que es igual a  $\xi M$ , siendo M el número de Mach del flujo medio definido como  $M=U_{fm}/c_0$ ;  $U_{fm}$  es la velocidad de flujo medio;  $\xi$  se define como la relación entre la caída de presión en una longitud axial igual a un diámetro y la energía cinética (fricción turbulenta del fluido) y se obtiene como  $\xi=F/2D$ ; D es el diámetro del conducto; F es el factor de fricción de Froude, que para el rango de velocidades típicas en sistemas de escape, se utiliza normalmente la fórmula de Lee [1] (F=0.0072+0.612/(Re^{0.35})); Re es el número de Reynols que es igual a  $Re=U_{fm}D\rho_0/\mu$ ;  $\mu$  la viscosidad dinámica y  $\rho_0$  es la densidad del medio. Por último  $k_0$  es el número de onda definido como  $k_0=\omega/c_0$ , donde  $\omega$  es la frecuencia angular.

Para obtener experimentalmente las componentes de la matriz de transferencia, es necesario medir las variables de estado a la entrada y a la salida. Esto es posible mediante el conocido y extensamente utilizado método de los dos micrófonos [2-7], pero un único ensayo proporciona un sistema con dos ecuaciones y cuatro incógnitas, de modo que es necesario otro ensayo distinto que nos proporcione una ecuación independiente de la anterior. Para la obtención del *TL*, este segundo ensayo no es necesario si se instala una salida anecoica en el tramo final del conducto [1], difícil de conseguir si hay flujo medio.

Munjal [8] sitúa dos excitadores acústicos a ambos lados del silenciador y obtiene dos ensayos independientes haciendo funcionar cada una de las fuentes de forma aislada. Así, en un primer ensayo se emplea únicamente la fuente acústica colocada aguas arriba del silenciador (ensayo U) y a continuación se intercambia la fuente sonora excitando en el segundo ensayo exclusivamente la fuente aguas abajo (ensayo D). Este método es conocido como *two source location method*. Åbom [9] introduce otra idea obteniendo los dos ensayos independientes con una única fuente acústica que combina con dos salidas distintas en el montaje experimental, es el llamado *two load case*.

El montaje experimental desarrollado está basado en el método de las dos fuentes, descrito en el apartado 2, pero los dos ensayos independientes se llevan a cabo simultáneamente, es decir excitando las dos fuentes acústicas a la vez, lo que ha requerido una técnica de descomposición de las señales registradas por los micrófonos. Los detalles de la misma están recogidos en el apartado 3.

#### 2. MÉTODO DE LAS DOS FUENTES

La Figura 2 muestra el montaje experimental necesario para implementar el método de las dos fuentes.



La matriz de transferencia entre las secciones correspondientes a los micrófonos 1 y 4, puede escribirse como producto de las matrices de los distintos tramos

$$\begin{cases} P_1 \\ V_1 \end{cases} = \begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{34} & B_{34} \\ C_{34} & D_{34} \end{bmatrix} \begin{cases} P_4 \\ V_4 \end{cases}$$
(3)

Los tramos 1-2 y 3-4 corresponden a un conducto recto de sección circular constante. Su matriz de transferencia es conocida y para el caso de flujo medio es igual a

$$\begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ C_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} = e^{-k_c M L} \begin{bmatrix} \cosh\left(k_c L_{ij}\right) & Y & senh\left(k_c L_{ij}\right) \\ senh\left(k_c L_{ij}\right)/Y & \cosh\left(k_c L_{ij}\right) \end{bmatrix}$$
(4)

donde  $k_c$  es  $k_c = (\alpha + jk)/(1 - M^2)$ ;  $k = k_0 + \alpha y L_{ij}$  la distancias entre las secciones i y j.

La función de transferencia entre dos micrófonos, para cada ensayo se obtiene como sigue

$$H_{ij}^{u} = P_{i}^{u} / P_{j}^{u} \quad ; \quad H_{ij}^{d} = P_{i}^{d} / P_{j}^{d}$$
(5)

Y las componentes de la matriz de transferencia entre las secciones 2 y 3 se obtienen mediante las siguientes expresiones [8]

$$A = \left(\Delta_{34} \left(H_{23}^{u} H_{43}^{d} - H_{43}^{u} H_{23}^{d}\right) + D_{34} \left(H_{23}^{d} - H_{23}^{u}\right)\right) / \left(\Delta_{34} \left(H_{43}^{d} - H_{43}^{u}\right)\right)$$

$$B = B_{34} \left(H_{23}^{u} - H_{23}^{d}\right) / \left(\Delta_{34} \left(H_{43}^{d} - H_{43}^{u}\right)\right)$$

$$C = \left(\left(H_{13}^{u} - H_{23}^{u} A_{12}\right) \left(\Delta_{34} H_{43}^{d} - D_{34}\right) - \left(H_{13}^{d} - H_{23}^{d} A_{12}\right) \left(\Delta_{34} H_{43}^{u} - D_{34}\right) / \left(\Delta_{34} B_{12} \left(H_{43}^{d} - H_{43}^{u}\right)\right)$$

$$D = \left(B_{34} \left(H_{13}^{u} - H_{13}^{d}\right) + A_{12} \left(H_{23}^{d} - H_{23}^{u}\right) \right) / \left(\Delta_{34} B_{12} \left(H_{43}^{d} - H_{43}^{u}\right)\right)$$
(6)

# 3. MÉTODO DE EXCITACIÓN SIMULTÁNEA

En el ensayo llevado a cabo excitando simultáneamente las dos fuentes acústicas, cada micrófono registra la presión en su posición  $P_i$ , que estará compuesta por la suma de la presión provocada por la excitación del altavoz aguas arriba  $P_i^U$  más la del altavoz aguas abajo  $P_i^D$  más el ruido presente en el sistema N.

$$P_i = P_i^U + P_i^D + N \tag{7}$$

Bajo determinadas condiciones, es posible obtener los términos  $P_i^U$  y  $P_i^D$  de la expresión anterior, que equivalen a la presión registrada en los ensayos aguas arriba (*U*) y aguas abajo (*D*) referidos en el método de las dos fuentes. La primera condición es que el sistema en estudio sea lineal, como ocurre en los sistemas acústicos presentes en la línea de escape, de tal modo que, en cada micrófono, la porción de presión provocada por cada entrada,  $P_i^U - P_i^D$  puede relacionarse con la señal de excitación enviada a cada altavoz,  $X_U - X_D$ , de la siguiente forma

$$P_i^U = H_i^U X^U$$

$$P_i^D = H_i^D X^D$$
(8)

En análisis de señal, este tipo de sistemas, se denomina 2 entradas - 1 salida [10].



Figura 3. Sistema 2 entradas – 1 salida

Combinando las expresiones (7) y (8), resulta

$$P_{i} = H_{i}^{U} X^{U} + H_{i}^{D} X^{D} + N$$
(9)

Dada la definición de espectro cruzado, S, entre dos componentes acústicas, A - B, como

$$S_{ab} = A \cdot B^* \tag{10}$$

donde A y B representan la transformada de Fourier de las correspondientes señales temporales y \* el complejo conjugado. El espectro cruzado entre la presión en el micrófono i, y cada una de las entradas, obtenido con esta definición resulta,

$$S_{P_{i}U} = P_{i}X^{U*} = (H_{i}^{U}X^{U} + H_{i}^{D}X^{D} + N)X^{U*} = H_{i}^{U}S_{UU} + H_{i}^{D}S_{DU} + S_{NU}$$

$$S_{P_{i}D} = P_{i}X^{D*} = (H_{i}^{U}X^{U} + H_{i}^{D}X^{D} + N)X^{D*} = H_{i}^{U}S_{UD} + H_{i}^{D}S_{DD} + S_{ND}$$
(11)

Si el ruido es independiente de las entradas, con un número suficiente de promediados, el último término de las expresiones anteriores,  $S_{NU}$  -  $S_{ND}$ , se anulará.

Por otro lado, si tanto las entradas como las salidas al sistema son medibles, el resto de espectros presentes en la ecuación (11) pueden obtenerse experimentalmente, de modo que se dispone del siguiente sistema de ecuaciones lineales que tienen como incógnitas las funciones de transferencia

$$S_{P_{i}U} = H_{i}^{U}S_{UU} + H_{i}^{D}S_{DU}$$

$$S_{P_{i}D} = H_{i}^{U}S_{UD} + H_{i}^{D}S_{DD}$$
(12)

Al combinar adecuadamente estas expresiones, se obtiene como solución

$$H_{i}^{U} = S_{P_{i}U} \left( 1 - \left( S_{DU} S_{P_{i}D} / \left( S_{DD} S_{P_{i}U} \right) \right) \right) / \left( S_{UU} \left( 1 - \gamma_{UD}^{2} \right) \right) H_{i}^{D} = S_{P_{i}D} \left( 1 - \left( S_{UD} S_{P_{i}U} / \left( S_{UU} S_{P_{i}D} \right) \right) \right) / \left( S_{DD} \left( 1 - \gamma_{UD}^{2} \right) \right)$$
(13)

Donde el término  $\gamma_{UD}^2$  equivale a la función de coherencia ordinaria entre las dos entradas y es igual a

$$\gamma_{UD}^{2} = |S_{UD}|^{2} / (S_{UU}S_{DD})$$
(14)

Evidentemente, el sistema de ecuaciones dado en (12) no es resoluble si  $\gamma_{UD}^2$  es igual a la unidad. Esta situación implica necesariamente que existe una relación lineal entre las dos entradas. Por esta razón la metodología desarrollada es válida únicamente si las dos señales de entrada son independientes.

Una vez conocidas las funciones de transferencia individuales, puede descomponerse la salida  $P_i$  en la parte producida por cada una de las entradas, esto es

$$P_{i}^{U} = H_{i}^{U} X^{U} \quad ; \quad P_{i}^{D} = H_{i}^{D} X^{D}$$
(15)

Que equivale a las medidas de los dos ensayos independientes necesarias.

## 3.1. Condiciones de la metodología

En este apartado, se va a comprobar que el montaje experimental desarrollado cumple las distintas condiciones ligadas a este método y que pueden resumirse como sigue

- Tanto la entrada  $(X^U, X^D)$  como la salida  $(P_i)$  deben ser magnitudes medibles
- El sistema  $(H_i^U, H_i^D)$  debe tener comportamiento lineal
- El ruido (*N*) no debe estar correlacionado con las entradas
- Las dos entradas  $(X^U, X^D)$  deben estar incorrelacionadas entre sí

La primera de ellas es directa, ya que, por un lado, las entradas al sistema  $(X^U, X^D)$  corresponden a las señales de excitación de los altavoces, generadas por el sistema de generación de señal del banco de ensayos y registradas a la vez por el sistema de adquisición. Las salidas corresponden a la presión en los puntos de medida, registradas a través de los distintos micrófonos.

Con respecto a la segunda condición, el fenómeno acústico en los sistemas bajo estudio, posee un comportamiento lineal. Para demostrar que efectivamente se cumple esta condición, se ha llevado a cabo el siguiente experimento. Se ha hecho funcionar una de las fuentes con una señal de registro en frecuencias y amplitud determinados, se ha registrado la presión en los micrófonos y se ha obtenido la función de transferencia entre la presión y la señal de excitación. A continuación se ha repetido el mismo ensayo, pero en este caso la señal de excitación tiene una amplitud tres veces mayor que la anterior, las funciones de transferencia obtenidas en los dos ensayos resultaron iguales en todo el rango de frecuencias, quedando demostrada la linealidad requerida.

La tercera condición también se cumple, ya que el ruido presente en el sistema de medida se debe en un pequeña parte a la instrumentación y en mayor proporción al flujo. Las señales de excitación generadas por el sistema son independientes de estas dos fuentes de ruido.

Para conseguir que el sistema cumpla la última de las condiciones, se ha empleado distinta instrumentación para generar las señales enviadas a cada lado. La siguiente gráfica muestra la función de coherencia definida en (14). Su valor es prácticamente nulo, es decir las dos señales de excitación están incorrelacionadas y es distinto de 1 para todo el rango de frecuencias tal y como es requerido para que el sistema de ecuaciones dado en (12), sea resoluble.



Figura 4. Función de coherencia entre las dos entradas ( $\gamma_{UD}^2$ )

Una de las ventajas más importantes del nuevo método desarrollado, es la reducción a la mitad, del tiempo de ensayo, que de esta forma evita uno de los principales problemas de ensayos excesivamente largos que es la variación de las condiciones ambientales, tales como la temperatura o la presión. Este efecto es todavía más acusado cuando se trabaja con flujo

medio, ya que, tanto el caudal como la temperatura del chorro de aire impulsado por la bomba, pueden verse alterados con el tiempo.

## 4. VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Para validar el montaje experimental se han obtenido los polos de la matriz de transferencia de un conducto recto de sección circular uniforme. El esquema y las dimensiones del montaje empleado se detallan en la figura 5.



Figura 5. Ensayo conducto recto

Las distancias mostradas son  $L_{12} = L_{56} = 0.5$  m;  $L_{23} = L_{45} = 0.045$  m y L = 0.688 m. La sección transversal del conducto es circular, de diámetro interior 0.0536 m.

Para baja frecuencia (10–300 Hz), se han empleado las medidas registradas por los micrófonos #1 #3 #4 y #6 y para alta frecuencia (300–3200 Hz), los micrófonos #2 #3 #4 y #5.

Las gráficas de las figuras 6 y 7 muestran los polos de la matriz de transferencia del conducto, adimensionalizados. Se observa una buena correlación entre las medidas experimentales y las obtenidas analíticamente.



Figura 6. Parte real de los polos de la matriz de transferencia de conducto recto; M=0 — experimental, --- teórica; M=0.073 — experimental, --- teórica; M=0.143 — experimental, --- teórica



Figura 7. Parte imaginaria de los polos de la matriz de transferencia de conducto recto; M=0 — experimental, --- teórica; M=0.073 — experimental, --- teórica; M=0.143 — experimental, --- teórica

## **5. RESULTADOS**

En este apartado se presentan los resultados obtenidos para dos tipos de cámaras, una reactiva y otra disipativa. La cámara reactiva es una cámara de expansión simple de longitud L = 0.4 m y diámetro D = 0.1064 m. Los resultados obtenidos con y sin flujo medio, se muestran en las gráficas de la figura 8, en los dos casos hay una buena correlación con los calculados mediante elementos finitos.



La cámara disipativa ensayada tiene dimensiones L = 0.2 m y D = 0.1772 m, con material absorbente (fibra de vidrio de Owens Corning [11]) de resistividad R = 4387 rayl/m. Para soportar la fibra en el interior de la cámara se ha dispuesto una malla metálica de diámetro igual al de los conductos de entrada/salida, la cámara se ha rellenado completamente de fibra. Los resultados experimentales se han comparado con los obtenidos mediante elementos finitos, los resultados con y sin flujo se muestran en las gráficas de la figura 9.

Las discrepancias observadas entre experimentación y modelado pueden estar debidas, en parte, a que el modelo matemático empleado en el cálculo de elementos finitos, no considera la presencia de la rejilla metálica colocada para soportar la fibra. Tampoco tiene en cuenta que la fibra pueda no estar distribuida de forma uniforme. Estos dos hechos pueden tener un efecto importante sobre el *TL*, desde el punto de vista acústico, sobre todo a frecuencias altas. La presencia de flujo en este tipo de cámaras produce la convección de energía

acústica aguas abajo, provocando la disminución del *TL*. Este efecto sí queda reflejado en las medidas experimentales, como puede observarse en el siguiente gráfico.



Figura 9. TL cámara disipativa; M = 0 — experimental, --- teórico; M = 0.073 — experimental, --- teórico

## **6. CONCLUSIONES**

Se ha presentado una técnica experimental válida para obtener la caracterización acústica de silenciadores de escape en presencia de flujo medio. La metodología está basada en el método de las dos fuentes, pero a diferencia del método original [8], las dos fuentes actúan simultáneamente, reduciendo a la mitad el tiempo de medida. El procesado de las señales registradas por los micrófonos permite obtener una descripción completa del sistema en estudio mediante la matriz de transferencia. El procedimiento ha sido validado comparando los cuatro polos de un tubo recto en presencia de flujo medio obtenidos experimentalmente, con los teóricos. También se ha presentado el TL de algunos silenciadores.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad (proyecto DPI2010-15412) y la Conselleria d'Educació, Formació i Ocupació, Generalitat Valenciana (proyecto Prometeo/2012/023).

#### 8. REFERENCIAS

- [1] M. L. Munjal, Acoustics of ducts and mufflers, John Wiley & Sons, (1987).
- [2] A. F. Seybert, D. F. Ross, Experimental determination of acoustic properties using a twomicrophone random-excitation technique, Journal of the Acoustical Society of America, 61 (1977), 1362-1370.
- [3] J. Y. Chung, D. A. Blaser, *Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory,* Journal of the Acoustical Society of America, 68 (1980), 907-913.
- [4] J. Y. Chung, D. A. Blaser, *Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II. Experiment*, Journal of the Acoustical Society of America, 68 (1980), 914-920.
- [5] J. Y. Chung, D. A. Blaser, *Transfer-function method of measuring acoustic intensity in a duct system with flow,* Journal of the Acoustical Society of America, 68 (1980), 1570-1577.
- [6] A. F. Seybert. *Two-sensor methods for the measurement of sound intensity and acoustic properties in ducts*, Journal of the Acoustical Society of America, 83 (1988), 2233-2239.
- [7] C. W. S. To, A. G. Doige, *The application of a transient testing method to the determination of acoustic properties of unknown systems*, Journal of Sound and Vibration, 71 (1980), 545-554.
- [8] M. L. Munjal, A. G. Doige, Theory of a two source-location method for direct experimental evaluation of the four-pole parameters of an aeroacoustic element, Journal of Sound and Vibration, 141 (1990), 323-333.
- [9] M. Åbom. *Measurement of the scattering-matrix of acoustical two-ports,* Mechanical Systems and Signal Processing, 5 (1991), 89-104.
- [10] J. S. Bendat, A. G. Piersol, *Random data. Analysis and measurement procedures*, John Wiley & Sons, (1986).
- [11] F. D. Denia, A. Selamet, F. J. Fuenmayor, R. Kirby, Acoustic attenuation performance of perforated dissipative mufflers with empty inlet/outlet extensions, Journal of Sound and Vibration, 302 (2007), 1000-1017.