

Modelado e identificación de parámetros geométricos de láser trackers

A.C. Majarena Bello ⁽¹⁾, J. Santolaria Mazo, D. Samper Carnicer, J.J. Aguilar Martín

*(1) Dpto. de Ingeniería de Diseño y Fabricación. Universidad de Zaragoza
majarena@unizar.es*

En este trabajo se desarrolla el modelo cinemático y se presenta un nuevo algoritmo que permite realizar la identificación de parámetros de un laser tracker, mejorando la precisión del sistema. En una primera etapa se desarrolla el modelo cinemático, relacionando la posición del reflector con las variables y los parámetros geométricos del laser tracker. En esta etapa se analizan cuidadosamente las diferentes fuentes de error que afectan al comportamiento del sistema. La resolución del modelo cinemático está basada en el método de Denavit-Hartenberg. Posteriormente se desarrolla la etapa de identificación de parámetros geométricos con el fin de minimizar los errores geométricos del sistema de medición. El sistema de ecuaciones no lineal, obtenido en el desarrollo del modelo cinemático, debe resolverse para cada combinación de parámetros geométricos en cada posición analizada. La función objetivo que permite minimizar el error compara los valores nominales de la posición del reflector con los valores calculados mediante el modelo cinemático. El sistema de ecuaciones no lineal, obtenido en el desarrollo del modelo cinemático directo puede resolverse utilizando el método de Levenberg-Marquardt. La aplicación del nuevo algoritmo de calibración permitirá desarrollar algoritmos de corrección para aumentar la precisión de la medición realizada con el laser tracker.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la verificación dimensional en estructuras de grandes dimensiones, impuestas por sectores como el de máquina-herramienta, automoción, aeronáutico, espacial o naval, ha despertado gran interés. La necesidad de mejorar los métodos existentes en la verificación dimensional de piezas de gran volumen ha desarrollado métodos de medición sin contacto de alto rango, como los basados en tecnología láser [1], como el laser tracker.

Estos sistemas ofrecen importantes ventajas frente a otros como la portabilidad y fiabilidad en la medición [2]. Por ello, estos mecanismos se han utilizado recientemente en sustitución de otros sistemas tradicionales como teodolitos o colimadores en múltiples aplicaciones como testeo, tracking, calibración y mantenimiento. Los láser trackers permiten realizar medidas de 0 a 70 m. Aunque la precisión de estos mecanismos es elevada (se obtienen precisiones en un rango de 20 a 70 μm), todavía no permiten alcanzar precisiones del orden de las máquinas de medir por coordenadas (en torno a 2 μm).

Los láser trackers utilizan interferometría para la medición de distancias relativas y encoders ópticos para medir los ángulos de azimut y elevación del haz láser dirigido hacia el objeto a medir. Las mediciones del interferómetro se obtienen relativas a un punto de inicio denominado "home". El rayo láser realiza el seguimiento o tracking de un retroreflector, colocado en el objeto a medir. El laser tracker dispone de un sistema de espejos colocado sobre una rótula universal de alta precisión, la cual defleca el rayo y choca contra el retroreflector. Este elemento consiste en tres espejos perpendiculares entre sí, y el rayo es reflejado paralelamente. Teóricamente, el haz láser golpea el centro del retroreflector. Cuando no existe movimiento relativo entre la cabeza del láser tracker y el retroreflector, no se produce desplazamiento paralelo entre el rayo emitido y reflejado. Sin embargo, cuando se mueve el retroreflector, se produce un desplazamiento del rayo láser reflejado, y dicho rayo no choca contra el centro del retroreflector.

En la bibliografía se encuentran trabajos que describen los pasos a realizar para obtener una buena medición. En [3], los errores volumétricos de una máquina de precisión se miden

utilizando un láser tracker. Para ello, desarrollan una metodología basada en la norma ASME B5.54. Esta técnica ofrece un método rápido para la caracterización de los errores.

Sin embargo, existen muy pocas investigaciones en la literatura especializada que desarrollen modelos cinemáticos. El modelo a desarrollar depende del modelo de láser tracker utilizado, ya que algunos modelos incorporan la fuente del rayo láser en la cabeza del láser tracker, como en el caso de API, y otros modelos colocan los espejos y el interferómetro en el cuerpo del láser tracker, como en el caso de LEICA.

Una vez que se ha determinado el modelo cinemático, el número de parámetros es fijo y este valor dependerá del método seleccionado. Además, existe un número máximo de parámetros que deben ser identificados, y la precisión del sistema no se verá mejorada aunque se aumente el número de parámetros de identificación. El objetivo de la optimización o identificación geométrica de parámetros es la obtención de los valores óptimos de todos los parámetros incluidos en el modelo que minimizan el error de las mediciones realizadas con el láser tracker. Este procedimiento se suele realizar mediante métodos de aproximación basados en mínimos cuadrados. Para ello, se debe obtener una función objetivo que puede definirse como la diferencia cuadrática del error de posición. Dicho error se obtiene como diferencia entre el valor medido de la posición de la placa móvil y el valor calculado mediante el modelo cinemático. El incremento establecido para los parámetros se debe definir para cada iteración. En la mayoría de los casos, se utilizan técnicas de optimización numérica para minimizar el error. El método de Levenberg-Marquart (L-M) es una de las técnicas más utilizadas para resolver estos algoritmos. Este método suele presentar bajo coste computacional y proporciona una solución cercana a la solución óptima para el conjunto de parámetros identificados. Además, este algoritmo resuelve problemas numéricos que aparecían en otras técnicas de optimización numérica como aquellas basadas en el gradiente o en mínimos cuadrados como el método de Gauss-Newton.

En este trabajo se desarrolla un modelo cinemático del láser tracker LEICA basado en el método de Denavit-Hartenberg (D-H). De esta manera, se relaciona la posición del reflector con las variables y los parámetros geométricos del laser tracker. Posteriormente se desarrolla un algoritmo de identificación de parámetros geométricos para optimizar dichos parámetros. Este algoritmo permitirá desarrollar modelos de corrección para mejorar la precisión del sistema.

2. MODELO CINEMÁTICO

El modelo cinemático de un sistema relaciona las variables de articulación con la posición y orientación del mismo. El modelo cinemático directo (DKM) permite calcular la posición y orientación a partir de unos valores de las variables articulares, según la ecuación 1.

$$[x, y, z]^T = f(q_1, \dots, q_n) \quad (1)$$

donde q representa las variables de articulación, con $i=1, \dots, n$, y el vector (x, y, z) representa la posición del objeto a medir.

2.1. Modelo simplificado

El sistema de ecuaciones no lineal para modelar el láser tracker se puede desarrollar aplicando el método de D-H. Este método utiliza cuatro parámetros (distancias d_i , a_i , y ángulos θ_i , α_i) para modelar la matriz de transformación entre los sucesivos sistemas de referencia. La matriz de transformación homogénea entre los sistemas de referencia i e $i-1$ depende de estos cuatro parámetros (ecuación 2).

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} \cdot R_{z,\theta} \cdot T_{x,a} \cdot R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \cdot \sin \theta_i & \sin \alpha_i \cdot \sin \theta_i & a_i \cdot \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cdot \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cdot \cos \theta_i & a_i \cdot \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

La figura 1a muestra los sistemas de referencia utilizados en el modelado del láser tracker.

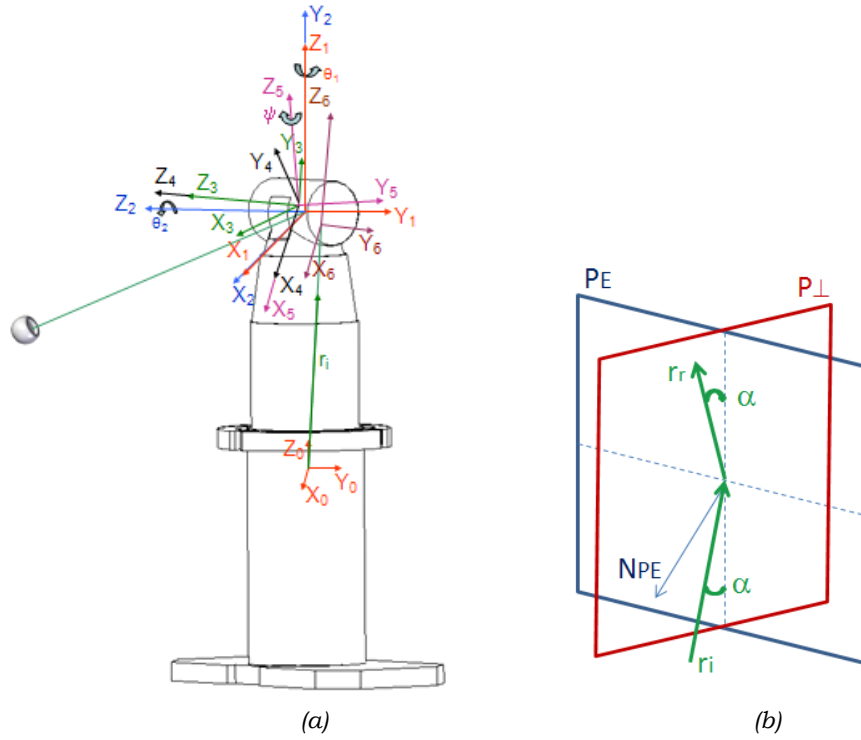


Figura 1. (a) Sistemas de referencia utilizados en el modelado del láser tracker (b) Rayo reflejado

La matriz de transformación global del láser tracker nos permite expresar las coordenadas del rayo láser (SR₅) respecto del origen del rayo láser (SR₀) (ecuación 3).

$${}^0T_6 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot \varepsilon_{\theta_1} \cdot \varepsilon_{\perp} \cdot {}^2T_3 \cdot \varepsilon_{\theta_2} \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_6 \quad (3)$$

Las matrices 0T_1 , 1T_2 , 2T_3 , 3T_4 y 4T_5 se obtienen a partir de los parámetros de D-H, mostrados en la tabla 1. Estas matrices modelan los errores de los encoders y del espejo. La tabla 2 muestra los valores iniciales de dichos parámetros.

i	θ_{i-1} [°]	a_{i-1} [mm]	d_{i-1} [mm]	α_{i-1} [°]
0T_1	θ_0	a_0	d_0	α_0
1T_2	$\theta_1 + \theta_{1m}$	a_1	d_1	α_1
ε_{\perp}	0	0	0	$90 + \alpha_{\perp}$
2T_3	$\theta_2 + \theta_{2m}$	a_2	d_2	α_2
ε_{θ_2}	θ_0	a_0	d_0	α_i
3T_4	θ_0	a_0	d_0	$-\alpha_i$
4T_5	θ_1	a_1	d_1	α_i

Tabla 1. Parámetros de D-H

i	θ_{i-1} [°]	a_{i-1} [mm]	d_{i-1} [mm]	α_{i-1} [°]
0T_1	0	0	0	0
1T_2	θ_{1m}	0	0	0
ε_{\perp}	0	0	0	90
2T_3	θ_{2m}	0	0	0
3T_4	-45	0	0	-90
4T_5	0	0	0	0

Tabla 2. Valores iniciales de los parámetros de D-H

Las matrices $\varepsilon_{\theta 1}$ y $\varepsilon_{\theta 2}$ se determinan utilizando la matriz que modela los errores de un eje de rotación [4] como se muestra en la ecuación 4.

$$T_{\varepsilon_{\theta i}} = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_{y_i}) \cdot \cos \theta_i & -\cos(\varepsilon_{y_i}) \cdot \sin \theta_i & \sin(\varepsilon_{y_i}) & \delta_{x_i} \\ \sin(\varepsilon_{x_i}) \cdot \sin(\varepsilon_{y_i}) \cdot \cos \theta_i + \cos(\varepsilon_{x_i}) \cdot \sin \theta_i & \cos(\varepsilon_{x_i}) \cdot \cos \theta_i - \sin(\varepsilon_{x_i}) \cdot \sin(\varepsilon_{y_i}) \cdot \sin \theta_i & -\sin(\varepsilon_{x_i}) \cdot \cos(\varepsilon_{y_i}) & \delta_{y_i} \\ -\cos(\varepsilon_{x_i}) \cdot \sin(\varepsilon_{y_i}) \cdot \cos \theta_i + \sin(\varepsilon_{x_i}) \cdot \sin \theta_i & \sin(\varepsilon_{x_i}) \cdot \cos \theta_i + \cos(\varepsilon_{x_i}) \cdot \sin(\varepsilon_{y_i}) \cdot \sin \theta_i & \cos(\varepsilon_{x_i}) \cdot \cos(\varepsilon_{y_i}) & \delta_{z_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde el subíndice i corresponde al giro efectuado, ε_x y ε_y corresponden a los errores de rotación y δ_x , δ_y , δ_z , corresponden a los errores de traslación.

Los valores iniciales de los parámetros iniciales en el modelo simplificado serán nulos, como se muestra en la tabla 3.

θ	ε_x [°]	ε_y [°]	δ_x [mm]	δ_y [mm]	δ_z [mm]
θ_1	0	0	0	0	0
θ_2	0	0	0	0	0

Tabla 3. Valores iniciales de los parámetros correspondientes a los errores de rotación

La matriz ε_{\perp} considera un error de perpendicularidad de los ejes de los dos encoders.

En la determinación de la matriz 5T_6 debe modelarse el rayo reflejado. En la figura 1b se ha representado el procedimiento utilizado. En primer lugar, se obtiene la intersección del rayo incidente (r_i) con el plano del espejo (P_E). De esta manera se obtiene el origen del sistema de referencia (O_5). A partir de este punto se traza la normal al plano del espejo (N_{PE}), y se construye un plano perpendicular a éste (P_{\perp}), formado por la normal al plano del espejo y el rayo incidente. De esta manera, se puede determinar el ángulo formado por el rayo incidente y el plano del espejo. El rayo reflejado se puede obtener como se muestra en la ecuación 5:

$$R_r = (R \cdot \cos \alpha, R \cdot \sin \alpha, 0) \quad (5)$$

donde R corresponde al módulo del rayo reflejado, es decir, la distancia del centro del espejo al retroreflector.

La matriz de corrección del centro del espejo se puede definir mediante una rotación en el eje x , y una traslación que viene dada por el vector $(x_5, y_5, z_5)'$, como se muestra en la ecuación 6:

$${}^5T_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_5 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma & y_5 \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma & z_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

El rayo reflejado se puede expresar en el SRO utilizando la ecuación 7, lo que permite obtener el valor del rayo teórico, como muestra la ecuación 8 (ver figura 1b).

$$R_{rSR0} = {}^0T_6 \cdot R_{rSR6} \quad (7)$$

$$R_{t_i} = (X_{R_{rSR6}}^2 + Y_{R_{rSR6}}^2 + Z_{R_{rSR6}}^2)^{0.5} \quad (8)$$

El modelo obtenido consta de 37 parámetros.

2.2. Modelo completo

En el apartado anterior se han modelado los errores de los encoders sin considerar excentricidades. Sin embargo, se ha demostrado que los encoders angulares presentan dichos errores [5,6].

En la determinación del modelo completo, las matrices 1T_2 y 3T_4 se modelizan considerando las excentricidades de cada uno de los encoders. La ecuación 9 define el modelado de este tipo de errores.

$$Exc_{\theta_i} = A_i \cdot \sin\left(\left(\frac{2\pi}{T_i}\right) \cdot \theta_i + \varphi_i\right) \quad (9)$$

donde el subíndice i determina el encoder, A es la amplitud del error, T corresponde al periodo de la oscilación, θ es el valor de giro del encoder y φ corresponde a la fase. De esta manera, se obtienen los valores de los parámetros ε_{xi} , ε_{yi} , δ_{xi} , δ_{yi} , δ_{zi} para los encoders 1 y 2, utilizando la ecuación 4 y añadiendo un ruido aleatorio en cada uno de los errores.

La consideración de las excentricidades de los encoders introduce un total de 15 parámetros por encoder, lo que da lugar a un modelo completo del laser tracker con un total de 67 parámetros.

3. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS GEOMÉTRICOS

Una vez determinados los parámetros geométricos en la fase de obtención del modelo cinemático, la etapa siguiente es la identificación de dichos parámetros.

Para ello, se define una función objetivo que minimice el error de las mediciones del láser tracker, como diferencia cuadrática del error de posición, E_i , donde el subíndice i representa la posición medida. Este error se puede obtener comparando el valor real de la posición de los retroreflectores (SMR) y el valor calculado mediante el modelo cinemático. El sistema de ecuaciones no lineal, obtenido en el desarrollo del modelo cinemático directo, debe resolverse para cada combinación de parámetros geométricos, en cada posición medida. La función objetivo que permite minimizar el error E_i viene representada por la ecuación 10.

$$\phi = \sum_{i=1}^n (y_i - f(\theta_i, p))^T (y_i - f(\theta_i, p)) \quad (10)$$

En esta ecuación, y_i representa el vector de valores de posición nominales para cada una de las n configuraciones contempladas en la identificación de parámetros. El valor de la función objetivo a minimizar se obtendrá en cada iteración como la suma de los cuadrados de los residuos para las n posiciones utilizadas en la identificación de los parámetros del mecanismo. La ecuación 11 se puede expresar:

$$\phi = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{LT} (R_{m_i} - R_{ik})^2 \quad (11)$$

donde los valores con subíndice m_{ik} son los valores medidos externamente o materializados mediante un patrón, e i corresponde a cada SMR medido. Los valores con subíndice t_{ik} son los valores calculados con el modelo matemático para cada SMR $_i$, en cada posición k del láser tracker. El sistema no lineal obtenido se puede resolver utilizando el algoritmo de Levenberg-Marquart. De esta manera, se obtiene el valor óptimo de los parámetros de identificación que minimizan la función objetivo, lo que permitirá desarrollar métodos de corrección para mejorar la precisión del sistema.

Para la obtención de los valores medidos mediante el láser tracker se ha diseñado un procedimiento basado en nube de puntos.

Inicialmente se establecen tres posiciones para considerar el error conocido como “birdbath error” o error en el nido (home), causado por una posible correlación entre el offset en el nido y el offset en el eje vertical de giro de los encoders. Para ello, se deben determinar dos líneas de calibración del nido, una horizontal y otra diagonal. Para esta segunda línea será necesario utilizar un trípode en el láser tracker. Es importante destacar que para la determinación de cada línea, en la posición 1 del láser tracker (LT $_1$), éste debe realizar un giro de 180° para medir dos retroreflectores (SMR $_1$ y SMR $_2$), mientras que en la posición 2 (LT $_2$), las mediciones de los dos retroreflectores se realizan sin variar los ángulos de los encoders, como se puede observar en la figura 2a.

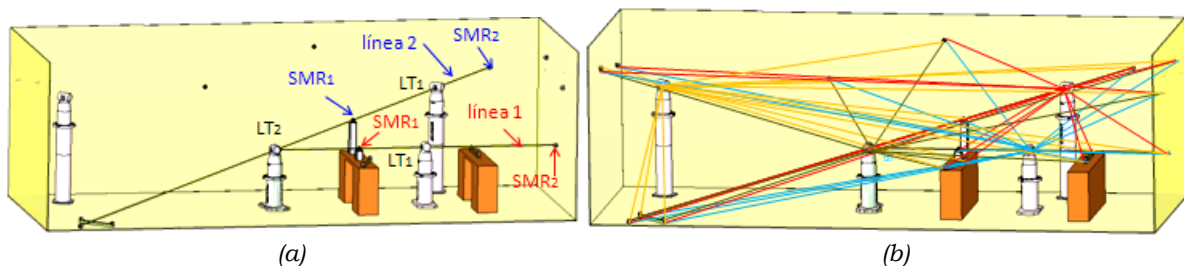


Figura 2. (a) Determinación de las líneas de calibración del nido (b) Diseño de la nube de puntos

Una vez que se han definido estas primeras posiciones tanto de láser tracker como de los retroreflectores, el paso siguiente es desarrollar la nube de puntos y establecer el resto de posiciones. Se recomienda que el número de retroreflectores sea el suficiente para obtener mediciones a diferentes distancias, pero no excesivo para minimizar el tiempo de captura de datos [7]. Para ello, se han colocado diecisiete retroreflectores. El láser tracker se colocará en cuatro posiciones, y en cada una de ellas se debe realizar la medición de los diecisiete retroreflectores, como se muestra en la figura 2b.

El procedimiento se ha desarrollado para unas dimensiones de laboratorio de 8 m de largo, 3 de ancho y 2.5 m de altura. Los retroreflectores deben estar situados en diferentes planos y se debe garantizar que el rayo es capaz de alcanzar cada uno de los retroreflectores en las cuatro posiciones del láser tracker. Además, los encoders del láser tracker deben trabajar en todo su rango de trabajo.

El paso siguiente es la calibración del mecanismo. En este procedimiento se debe minimizar la función objetivo. A partir de la nube de puntos propuesta, se han planteado diferentes alternativas para su definición.

En primer lugar, se debe determinar la distancia teórica del SMR al centro del espejo del láser tracker, expresado en un sistema de referencia global (SR $_B$), a partir del modelo cinemático desarrollado en la sección 2. Para ello, se determinan las coordenadas del SMR en el SR $_6$, las cuales vienen dadas por la matriz de transformación 6T_7 , a partir de la medición realizada por el láser tracker. El modelo cinemático permite expresar las coordenadas del SMR en el sistema de referencia del láser tracker, premultiplicando por la matriz de transformación, 0T_6 , como se detalló mediante la ecuación 7. Esta matriz considera los errores de los encoders y del espejo. Expresando el sistema de referencia del láser tracker, SR $_0$, en el sistema de referencia global, SR $_B$, mediante la matriz de transformación ${}^B T_0$ (ver figura 3a), se obtienen las coordenadas teóricas (ecuación 12).

$${}^B T_{7_i} = {}^B T_0 \cdot {}^0 T_6 \cdot {}^6 T_7 \quad (12)$$

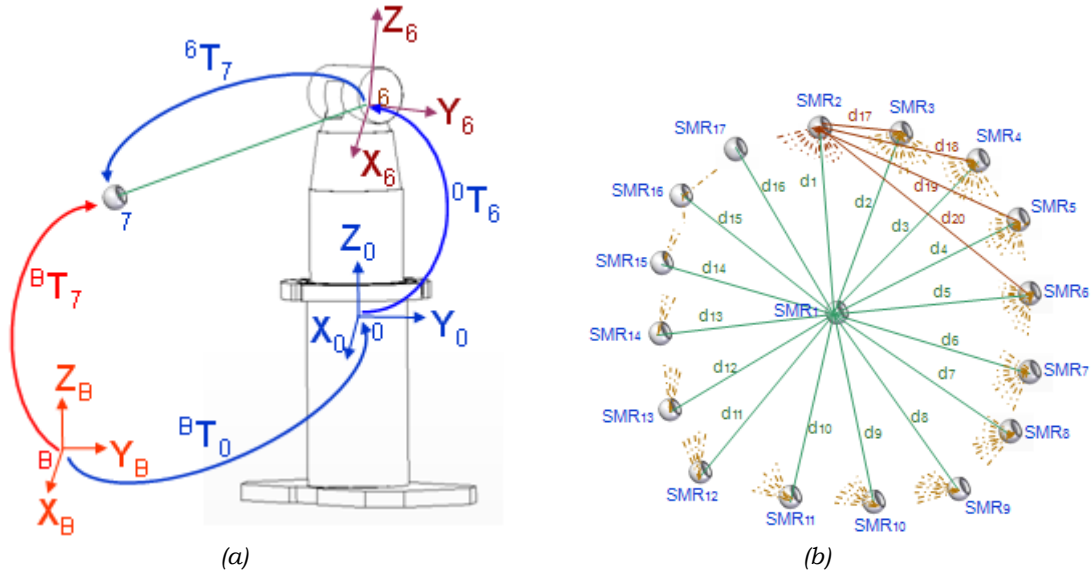


Figura 3. (a) Sistema de referencia utilizados en la calibración (b) Determinación de las distancias

En la determinación de la matriz ${}^B T_0$, inicialmente se han medido tres SMR respecto del SR_B . Posteriormente se ha medido cada SMR desde cada posición k del láser tracker. De esta manera, se puede obtener la matriz de transformación que permite expresar las coordenadas desde el sistema de referencia k de cada láser tracker al SR_B .

Una segunda aproximación para la obtención de la función objetivo es la comparación de la distancia medida entre dos SMR desde distintas posiciones del láser tracker. Para ello, desde cada SMR se calcula la distancia a todos los SMR restantes. En la figura 3b se ha mostrado un ejemplo de determinación de las distancias para una configuración cualquiera de 17 SMR.

El número de distancias a optimizar viene dado por una combinación sin repetición, como se indica mediante la ecuación 13:

$$C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (13)$$

De esta manera, la función objetivo se puede definir como:

$$\phi = \sum_{i=1}^{C_{17,2}} \sum_{k=1}^4 (d_{m_i} - d_{t_{ik}})^2 \quad (14)$$

donde el subíndice i indica la distancia a minimizar. En este caso, el número de distancias viene dado por una combinación sin repetición de 17 factores tomados de 2 en 2. Los subíndices m_i y t_{ik} corresponden a la distancia medida y teórica, respectivamente.

En la figura 4 se muestra la evolución de la función objetivo definida mediante la ecuación 11, así como de los parámetros de calidad utilizados: Error máximo (E_{max}), Semirrecorrido, Desviación típica (Des_{vest}) y Error medio (E_{medio}). Debido a las características del método de optimización utilizado (algoritmo de Levenberg-Marquardt), como la función objetivo a optimizar consta de 67 parámetros (como se presentó en la sección 2), a partir del parámetro 68 la función comienza a converger.

El algoritmo presentado permitirá desarrollar modelos de corrección para mejorar la precisión del sistema. La determinación de la incertidumbre de calibración permitirá

caracterizar la influencia del sistema de medición utilizado y las condiciones de calibración, así como optimizar la fase de adquisición de datos para determinar las mejores condiciones posibles, dando lugar a una incertidumbre de calibración menor.

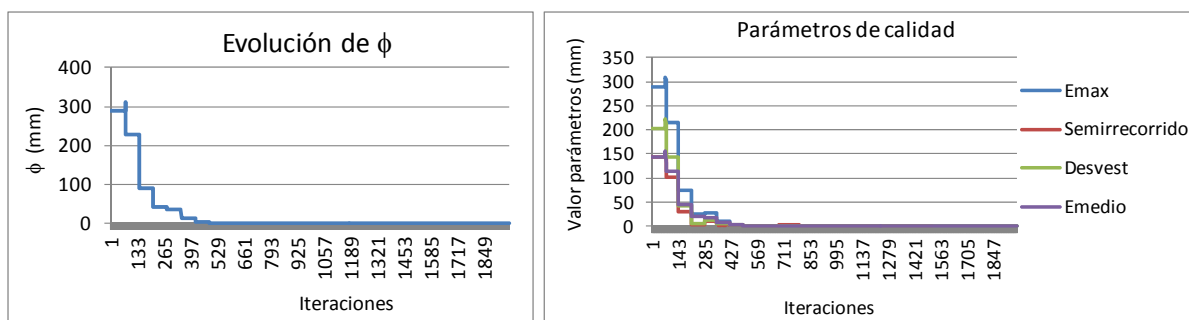


Figura 4. Evolución del error en la medición del láser tracker obtenido en el procedimiento de calibración

4. CONCLUSIONES

En este artículo se ha desarrollado el modelo cinemático de un láser tracker, considerando los errores del espejo y de los encoders, los cuales se pueden modelar considerando sus excentricidades. Posteriormente se ha modelado el rayo reflejado.

Una vez determinados los parámetros geométricos se ha presentado un procedimiento de identificación de dichos parámetros para obtener los valores que permiten minimizar la función objetivo desarrollada. Esta función compara la distancia desde el espejo al objeto a medir calculada mediante el modelo cinemático con la obtenida mediante un instrumento patrón. De esta forma, se obtienen los valores de los parámetros identificados que permiten minimizar el error del sistema.

En la fase de captura de puntos se ha desarrollado un nuevo procedimiento basado en nube de puntos. En primer lugar, se ha diseñado una primera etapa estableciendo dos líneas de calibración del nido. Posteriormente se han definido las posiciones de los restantes nidos distribuidos a lo largo del espacio de trabajo, así como las posiciones de los láser tracker desde las que se tomarán medidas de todos los nidos.

En la etapa de identificación de parámetros se han presentado dos alternativas para la definición de la función objetivo, considerando la distancia del espejo al SMR o las diferentes distancias entre los SMR utilizados.

El procedimiento de calibración presentado permitirá desarrollar algoritmos de corrección para mejorar la precisión del sistema.

5. REFERENCIAS

- [1] W.T. Estler, K.L. Edmundson, G.N. Peggs, D.H. Parker, *Large-Scale metrology—an Update*, CIRP Annals-Manufacturing Technology , 51 (2002), 587-609.
- [2] Z. Wang, L. Mastrogiacomo, F. Franceschini, P. Maropoulos, *Experimental Comparison of Dynamic Tracking Performance of iGPS and Laser Tracker*, Int J Adv Manuf Technol , 56 (2011), 205-213.
- [3] C. Lin, J. Her, *Calibrating the Volumetric Errors of a Precision Machine by a Laser Tracker System*, Int J Adv Manuf Technol , 26 (2005), 1255-1267.
- [4] A.H. Slocum, *Precision machine design*, Prentice Hall., (1992).
- [5] S. Qin, Z. Huang, X. Wang, *Optical Angular Encoder Installation Error Measurement and Calibration by Ring Laser Gyroscope*, Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on , 59 (2010), 506-511.
- [6] T. Watanabe, H. Fujimoto, T. Masuda, *Self-Calibratable Rotary Encoder*, Journal of Physics: Conference Series, (2005).
- [7] Hughes, B.; Forbes, A.; Sun, W. *Procedure for Calibration of Laser Tracker Alignment Errors using a Network Measurement*. 2011, 1-7.