

Síntesis cineto-estática de una suspensión delantera alternativa para una motocicleta

A. Noriega González, Y. Moreda Vázquez, J.M. Sierra Velasco

Dpto. de Construcción e Ingeniería de Fabricación. Universidad de Oviedo
noriegaalvaro@uniovi.es

En este artículo se presenta un nuevo tipo de suspensión delantera alternativa para una motocicleta que busca obtener ciertas ventajas constructivas (menor sección frontal y mayor rigidez) respecto a las horquillas tradicionales. Para obtener los valores óptimos de los distintos elementos móviles (coordenadas, longitudes y ángulos) y parámetros estáticos (precarga y rigidez del muelle) de dicha suspensión se planteará un problema de optimización con restricciones en el cual se busca conseguir una progresividad en la suspensión definida previamente por el diseñador, conseguir una carrera determinada de la rueda que aproveche todo el recorrido del amortiguador y asegurar, que el mecanismo se puede montar en todo momento y no alcance ningún punto muerto durante el movimiento. La función objetivo para dicho problema requiere una modelización paramétrica de la cineto-estática de la suspensión. El problema de síntesis se resuelve con una estrategia evolutiva muy eficiente que permite estudiar si existen uno o varios óptimos y las características de los mismos.

1. INTRODUCCIÓN Y ESPECIFICACIONES

Desde que se construyeron las primeras motocicletas a principios del siglo XX, han sido muchos los intentos de desarrollo de sistemas de suspensión delantera para las mismas. Sin embargo, a pesar de esa gran variedad, estos sistemas pueden clasificarse en dos grandes grupos: los sistemas con pipa de dirección y los sistemas sin pipa de dirección [1].

Los sistemas con pipa de dirección suelen ser más sencillos a nivel mecánico e incluyen a la horquilla telescópica que equipan la amplia mayoría de las motos actuales. Sin embargo, estos sistemas suelen tener problemas intrínsecos de rigidez y la progresividad que pueden conseguir es limitada.

Los sistemas sin pipa de dirección suelen ser más complejos a nivel mecánico (lo que suele implicar más peso y espacio) pero permiten conseguir curvas de progresividad más complejas así como otros efectos deseables como, por ejemplo, el antihundimiento en las frenadas.

En este artículo se propone un nuevo sistema de suspensión que se incluiría dentro del grupo de los sistemas con pipa de dirección pero que incluye un mecanismo con balancín y biela similar al utilizado en algunas suspensiones traseras de moto y que busca conseguir un comportamiento progresivo en esta suspensión.

Con el objetivo de aumentar la rigidez a flexión longitudinal y transversal sin aumentar la sección frontal ocupada por el sistema de suspensión delantera, se utiliza una única guía cilíndrica de mayor diámetro que las utilizadas en una horquilla telescópica tradicional y situada por detrás de la pipa de dirección. Las dos tijas sujetan la parte externa de la guía telescópica cilíndrica, los tubos donde se sujetan los semimanillares y los puntos de articulación del balancín (en la tija inferior) y muelle-amortiguador (en la tija superior). El conjunto articulado formado por el balancín y la biela impide que la barra deslizante cilíndrica gire respecto al eje geométrico de la guía telescópica.

La suspensión mostrada se puede esquematizar como se muestra en la figura 1 a) donde se identifica cada componente. En la figura 1 b) se indica el sistema de referencia que se

utilizará para la modelización, se nombran los puntos de interés y se indican algunos ángulos usados durante dicha modelización. Los ángulos con nomenclatura θ_{ij} se refieren al ángulo formado por el vector ij con el semieje X positivo mientras que los ángulos representados con otras letras griegas son ángulos relativos.

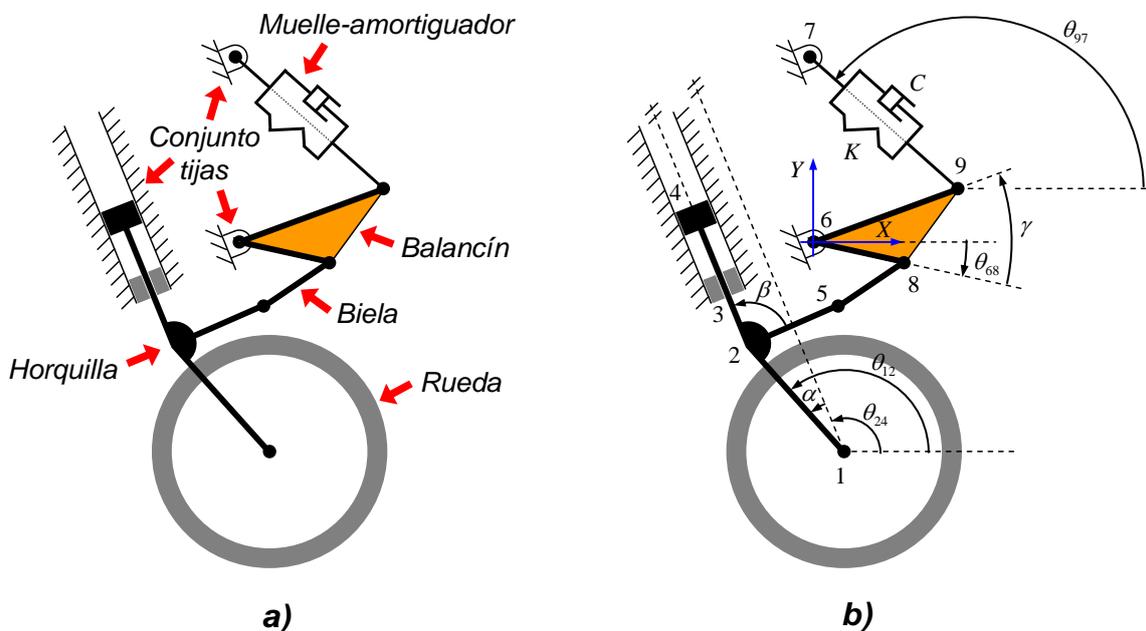


Figura 1. Esquemas de la suspensión propuesta

Se va a considerar que los siguientes parámetros están fijados por el diseñador y actuarán como constantes en el problema de síntesis:

- Las coordenadas $x_3 = -120\text{mm}$, $y_3 = -30\text{mm}$, $x_6 = 0\text{mm}$ e $y_6 = 0\text{mm}$
- Las longitudes $L_{12} = 320\text{mm}$ y $L_{24} = 300\text{mm}$
- Los ángulos $\theta_{24} = 112^\circ$ y $\alpha = 20^\circ$
- Las características del muelle-amortiguador

Constante de amortiguamiento $C = 5\text{ N/mm}$

Longitud máxima $L_{ma-max} = 268\text{mm}$

Longitud mínima $L_{ma-min} = 218\text{mm}$

Sin embargo, los parámetros mostrados en la segunda columna de la tabla 1 se considerarán incógnitas del problema de síntesis (aunque serán considerados conocidos para todo el desarrollo de la cineto-estática). También se conocen los rangos en los que pueden moverse, los cuales son mostrados en la tabla 1.

El movimiento se realiza en el rango temporal $t \in [0,1]$. La posición y_1 y velocidad \dot{y}_1 del eje de la rueda delantera estarán definidas para cualquier instante temporal tal y como se indica en la ecuación 1.

$$y_1(t) = -480 + 100 \cdot t \text{ (mm)} \quad \dot{y}_1(t) = 100 \text{ (mm/s)} \quad (1)$$

Tipo	Parámetro	Mínimo	Máximo
Coordenada	$x_7 (mm)$	-50	150
Coordenada	$y_7 (mm)$	50	300
Longitud	$L_{25} (mm)$	50	300
Longitud	$L_{58} (mm)$	50	300
Longitud	$L_{68} (mm)$	50	300
Longitud	$L_{69} (mm)$	50	300
Ángulo	$\beta (^{\circ})$	45	135
Ángulo	$\gamma (^{\circ})$	-20	20
Constante de rigidez	$K (N / mm)$	20	200
Precarga de muelle	$F_{pre} (N)$	0	700

Tabla 1. Parámetros a optimizar y rangos de variación

Se desea obtener la curva de progresividad indicada en la ecuación 2, asegurando, además, que el desplazamiento vertical deseado del eje de la rueda delantera se produzca aprovechando completamente la carrera de trabajo del muelle-amortiguador y asegurando que el mecanismo no se bloquee en ninguna posición intermedia.

$$F_{1y_deseado} = 389,269 + 10,056 \cdot (y_1(t) - y_1(0)) + 0,083 \cdot (y_1(t) - y_1(0))^2 \quad (2)$$

2. SÍNTESIS DIMENSIONAL CINETO-ESTÁTICA

2.1. Formulación paramétrica de la cinemática

Este apartado es fundamental ya que para plantear correctamente el problema de optimización es necesario que la función objetivo a optimizar sea suprayectiva, es decir, que para cualquier combinación de sus parámetros, proporcione un único valor en la salida [2].

Para ello se utilizará una modelización de la cinemática del mecanismo de progresividad mediante grupos de elementos derivada de la usada en [3, 4]. Esta modelización permite seleccionar la configuración en la que se desea que se monte el mecanismo y proporciona una solución al problema cinemático incluso cuando los parámetros dimensionales utilizados no permitan que el mecanismo se pueda montar, cuantificando, en ese caso, el error cometido por la solución ofrecida. Dicho error será monótono creciente cuanto mayor sea el incumplimiento de las restricciones cinemáticas.

Como el GDL del mecanismo es el movimiento vertical del punto 1, la modelización cinemática comienza en ese punto y avanzará hasta llegar al muelle-amortiguador 97.

Las ecuaciones 3 a 15 definen la cinemática del mecanismo de suspensión a través de la posición y velocidad de las coordenadas de puntos, longitudes y ángulos que definen completamente el mecanismo y deben ser resueltas secuencialmente tal y como están ordenadas:

$$\theta_{12} = \theta_{24} + \alpha \quad \dot{\theta}_{12} = \dot{\theta}_{24} = 0 \quad (3)$$

$$L_{23} = \frac{y_3 - y_1 - L_{12} \cdot \sin(\theta_{12})}{\sin(\theta_{24})} \quad \dot{L}_{23} = \frac{-\dot{y}_1}{\sin(\theta_{24})} \quad (4)$$

Las expresiones mostradas en la ecuación 4 son válidas si $\theta_{24} \in (0, \pi)$ lo cual ocurre siempre en la geometría de cualquier moto.

$$x_1 = x_3 - L_{12} \cdot \cos(\theta_{12}) - L_{23} \cdot \cos(\theta_{24}) \quad \dot{x}_1 = -\dot{L}_{23} \cdot \cos(\theta_{24}) \quad (5)$$

$$x_2 = x_1 + L_{12} \cdot \cos(\theta_{12}) \quad \dot{x}_2 = \dot{x}_1 \quad (6)$$

$$y_2 = y_1 + L_{12} \cdot \sin(\theta_{12}) \quad \dot{y}_2 = \dot{y}_1 \quad (7)$$

$$x_4 = x_2 + L_{24} \cdot \cos(\theta_{24}) \quad \dot{x}_4 = \dot{x}_2 \quad (8)$$

$$y_4 = y_2 + L_{24} \cdot \sin(\theta_{24}) \quad \dot{y}_4 = \dot{y}_2 \quad (9)$$

$$x_5 = x_2 + L_{25} \cdot \cos(\theta_{24} - \beta) \quad \dot{x}_5 = \dot{x}_2 \quad (10)$$

$$y_5 = y_2 + L_{25} \cdot \sin(\theta_{24} - \beta) \quad \dot{y}_5 = \dot{y}_2 \quad (11)$$

Conocidas la posición y la velocidad del punto 5 y la posición del punto 6 (que tiene velocidad nula), se puede calcular la posición del punto 8 resolviendo el grupo RRR que se forma con la formulación propuesta en [3], indicando el modo de ensamblaje. La velocidad del punto 8 se obtiene derivando respecto del tiempo las ecuaciones que definen la posición.

Entradas: posición $\rightarrow [x \ y]$ y velocidad $\rightarrow [\dot{x} \ \dot{y}]$

$$\text{Si } x < 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } 0 \leq y \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi \\ \text{Si no} \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi \end{array} \right\} \text{ y } \dot{\theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} \cdot \frac{\dot{y} \cdot x - y \cdot \dot{x}}{x^2}$$

$$\text{Si } x = 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } y < 0 \rightarrow \theta = -\frac{\pi}{2} \text{ y } \dot{\theta} = \frac{\dot{x}}{y} \\ \text{Si } y = 0 \rightarrow \theta = 0 \text{ y } \dot{\theta} = 0 \rightarrow \text{vector nulo} \\ \text{Si } 0 < y \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \text{ y } \dot{\theta} = -\frac{\dot{x}}{y} \end{array} \right.$$

$$\text{Si } 0 < x \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \text{ y } \dot{\theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} \cdot \frac{\dot{y} \cdot x - y \cdot \dot{x}}{x^2}$$

Figura 2. Cálculo del ángulo respecto al semieje X formado por un vector y su derivada temporal

Hay que señalar que, dependiendo de la posición y las dimensiones, este grupo se podrá montar o no. La resolución de la posición, comentada en [3], considera todas las opciones y proporciona un error de montaje que será 0 en el caso de que se pueda montar. Si el error

es mayor que cero (mayor de manera proporcional al incumplimiento de las restricciones geométricas), indica que el grupo RRR no se puede montar.

Una vez conocida la posición y velocidad del punto 8, se pueden calcular θ_{68} y $\dot{\theta}_{68}$ utilizando la función cuyo diagrama de flujo se muestra en la figura 2. Como la función objetivo del problema de síntesis debe ser suprayectiva, todas las funciones utilizadas para construirla también deben serlo. Por eso, la función de la figura 2 también contempla el caso donde el vector de entrada es nulo.

El resto de las ecuaciones para el cálculo de la cinemática se pueden ver a continuación.

$$\theta_{69} = \theta_{68} + \gamma \quad \dot{\theta}_{69} = \dot{\theta}_{68} \quad (12)$$

$$x_9 = x_6 + L_{69} \cdot \cos(\theta_{69}) \quad \dot{x}_9 = -L_{69} \cdot \sin(\theta_{69}) \cdot \dot{\theta}_{69} \quad (13)$$

$$y_9 = y_6 + L_{69} \cdot \sin(\theta_{69}) \quad \dot{y}_9 = L_{69} \cdot \cos(\theta_{69}) \cdot \dot{\theta}_{69} \quad (14)$$

$$L_{97} = \sqrt{(x_7 - x_9)^2 + (y_7 - y_9)^2} \quad \dot{L}_{97} = \frac{-(x_7 - x_9) \cdot \dot{x}_9 - (y_7 - y_9) \cdot \dot{y}_9}{L_{97}} \quad (15)$$

La ecuación 15 es válida únicamente si $0 < L_{97}$.

Finalmente, se pueden calcular θ_{97} y $\dot{\theta}_{97}$ con la función descrita en la figura 2.

2.2. Formulación de la estática

Una vez conocida la posición y la velocidad de todos los puntos y elementos del mecanismo en cada instante, se puede resolver el problema estático. En la figura 3 se muestra el conjunto de fuerzas actuantes en cada elemento de la suspensión.

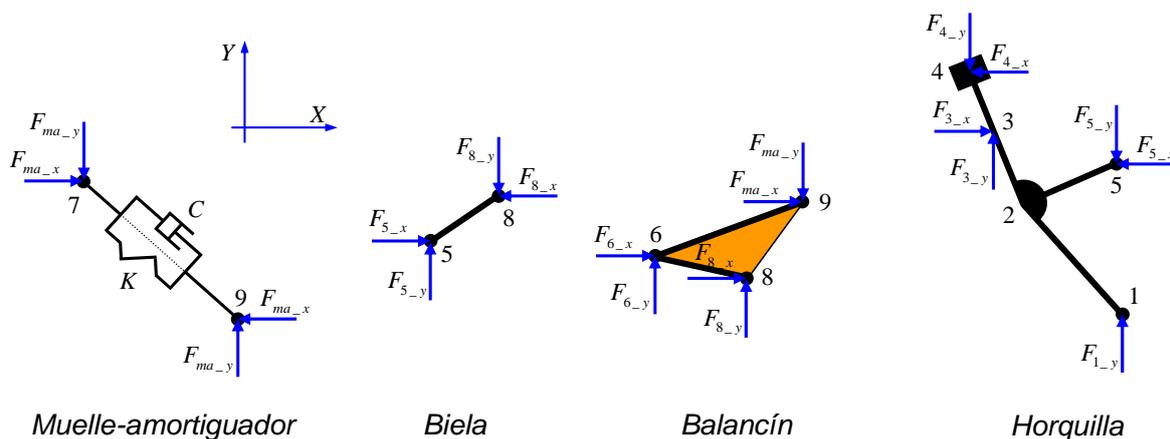


Figura 3. Conjunto de fuerzas actuantes en cada elemento de la suspensión

Como se está realizando una síntesis, todavía no se conocen las masas de los elementos ni sus momentos de inercia. Si se supone que las aceleraciones no son elevadas, las fuerzas de inercia asociadas a los elementos se pueden considerar despreciables y, por lo tanto, no se tendrán en cuenta para los cálculos.

La fuerza que ejerce el conjunto muelle-amortiguador se calcula con la ecuación 16. Sus componentes se muestran en la ecuación 17.

$$F_{m-a} = F_{pre} + K \cdot (L_{ma_max} - L_{97}) - C \cdot \dot{L}_{97} \quad (16)$$

$$F_{m-a_x} = -F_{m-a} \cdot \cos(\theta_{97}) \quad F_{m-a_y} = F_{m-a} \cdot \sin(\theta_{97}) \quad (17)$$

Se pueden plantear 9 ecuaciones correspondientes a la estática de la biela, el balancín y la horquilla. Si se considera que en los puntos 3 y 4 no hay rozamiento entre la horquilla y la guía se pueden plantear dos ecuaciones adicionales. En total, se forma un sistema lineal de 11 ecuaciones con 11 incógnitas que puede resolverse por el método matricial como se muestra en la ecuación 18. La matriz de coeficientes se muestra en la ecuación 19, el vector de incógnitas en la ecuación 20 y el vector de términos independientes en la ecuación 21.

$$\bar{A} \cdot \vec{x} = \vec{b} \quad (18)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_6 - y_8 & x_8 - x_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_8 - y_5 & x_5 - x_8 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 - x_4 & y_4 - y_3 & x_3 - x_4 & 0 & 0 & y_5 - y_4 & x_4 - x_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\left(\theta_{24} - \frac{\pi}{2}\right) & -\cos\left(\theta_{24} - \frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\left(\theta_{24} - \frac{\pi}{2}\right) & -\cos\left(\theta_{24} - \frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\vec{x} = [F_{1_y} \quad F_{3_x} \quad F_{3_y} \quad F_{4_x} \quad F_{4_y} \quad F_{5_x} \quad F_{5_y} \quad F_{6_x} \quad F_{6_y} \quad F_{8_x} \quad F_{8_y}]^T \quad (20)$$

$$\vec{b} = [-F_{ma_x} \quad F_{ma_y} \quad F_{ma_x} \cdot (y_9 - y_6) + F_{ma_y} \cdot (x_9 - x_6) \quad 0 \quad 0]^T \quad (21)$$

Hay que tener en cuenta que cuando el grupo 5-8-6 no se puede montar, esos tres puntos quedan alineados y se genera un error mayor que cero. En este caso, las filas 3 y 6 de la matriz A son linealmente dependientes y el sistema de ecuaciones queda indeterminado. De hecho, desde el punto de vista de las fuerzas, esa situación representa un punto muerto del problema directo por lo que la fuerza vertical que se debe aplicar en el punto 1 sería infinita.

También puede suceder que el muelle-amortiguador 97 esté alineado con 6-9. Ese caso representa un punto muerto del problema inverso que requeriría una fuerza vertical nula en el punto 1.

Si se resuelve la estática planteada en cada instante t , se podría obtener la curva de progresividad $y_1 - F_{1_y_obtenido}$ para la velocidad \dot{y}_1 definida por el diseñador.

2.3. Planteamiento formal del problema de optimización

Una vez que se dispone de un método para calcular la cinemática y la estática en cualquier instante del movimiento de la suspensión modelizada dados unos valores de los parámetros dimensionales, se puede plantear formalmente el problema de optimización como se muestra en la ecuación 22.

$$\begin{aligned}
 & \min \text{error}_{\text{progresividad}} \\
 & \text{sujeto a} \\
 & L_{ma_max}(\vec{p}) = \max(L_{97}) \\
 & L_{ma_min}(\vec{p}) = \min(L_{97}) \\
 & S_{err}(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n \text{error}_i = 0 \tag{22} \\
 & \text{siendo} \\
 & \vec{p} = [x_7 \quad y_7 \quad L_{25} \quad L_{58} \quad L_{68} \quad L_{69} \quad \beta \quad \gamma \quad K \quad F_{pre}] \\
 & \text{error}_{\text{progresividad}} = \frac{\sum_{i=1}^n (F_{1y_deseado}(y_{1i}, \dot{y}_1) - F_{1y_obtenido}(y_{1i}, \dot{y}_1, \vec{p}))^2}{n}
 \end{aligned}$$

El valor error_i indica el error de construcción del grupo RRR en cada instante definido por i .

2.4. Resolución del problema de optimización

Una vez formulado el problema de optimización, hay que escoger cuidadosamente el algoritmo que se utilizará para resolverlo determinando las características que tiene el problema y los recursos de los que se dispone.

En el caso estudiado, la función objetivo tiene las siguientes características:

- Tiene 10 variables.
- No se dispone de las derivadas de la función objetivo respecto las variables.
- Su coste computacional no es muy elevado
- No se dispone de una aproximación de la solución pero es posible acotar las variables en base a consideraciones prácticas.
- No se sabe si existirá un único mínimo o varios ni sus valores relativos.

En base a esto, se selecciona la estrategia evolutiva DDM-ES [5] como algoritmo de optimización. Como dicho algoritmo no admite restricciones, se convertirá el problema de optimización con restricciones original en un problema de optimización sin restricciones formulándolo de la manera indicada en la ecuación 23. Los pesos $\omega_{1,2,3}$ deben ser establecidos a priori por el diseñador.

$$\min \left(\frac{\sum_{i=1}^n (F_{1y_deseado}(y_{1i}) - F_{1y_obtenido}(y_{1i}, \dot{y}_1, \vec{p}))^2}{n} + \omega_1 \cdot (L_{ma_max}(\vec{p}) - \max(L_{97}))^2 + \dots \right. \tag{23} \\
 \left. \dots + \omega_2 \cdot (L_{ma_min}(\vec{p}) - \min(L_{97}))^2 + \omega_3 \cdot \sum_{i=1}^n \text{error}_i^2 \right)$$

3. RESULTADOS

Utilizando la DDM-ES con una población de 500 individuos y durante 50 generaciones, se obtiene la solución óptima indicada en la ecuación 24.

$$\vec{p}_{opt} = [34,7 \quad 268,3 \quad 174,5 \quad 259,5 \quad 177,9 \quad 81,9 \quad 110,8 \quad -2,4 \quad 64,5 \quad 474,2] \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 error_{progresividad} &= 607 \\
 |L_{ma_max} - \max(L_{97})| &= 0,408 \text{ mm} \\
 |L_{ma_min} - \min(L_{97})| &= 0,158 \text{ mm} \\
 \sum_{i=1}^n error_i^2 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

En la ecuación 25 se pueden ver los errores asociados a la solución óptima y se observa que el cumplimiento de las restricciones de longitud del muelle-amortiguador real se cumplen con una tolerancia muy estrecha y que el mecanismo siempre se puede montar ya que la suma de errores de montaje es cero.

4. CONCLUSIONES

Se ha propuesto una nueva suspensión delantera alternativa para una moto. El diseño propuesto permitiría aumentar la rigidez a flexión tanto en dirección longitudinal como transversal sin aumentar la sección frontal con el fin de mejorar la aerodinámica del vehículo. También incorpora un mecanismo biela-balancín para obtener un comportamiento progresivo.

Para realizar la síntesis dimensional de la suspensión propuesta, se propone una formulación que permite obtener un comportamiento progresivo de la suspensión cumpliendo una serie de restricciones impuestas por los componentes reales (espacios disponibles, uso de amortiguadores comerciales, carrera deseada,...). Esta formulación tiene en cuenta posiciones (coordenadas, longitudes y ángulos), velocidades y fuerzas de los elementos de la suspensión constituyendo, por tanto, una novedad dentro del campo de la síntesis por su enfoque integrado y su carácter aplicado.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias al soporte financiero del PPI – Proyectos de investigación singulares EXPLORA 2012 de la Universidad de Oviedo.

5. REFERENCIAS

- [1] T. Foale, *Motocicletas, Comportamiento dinámico y diseño de chasis*, Ed. Tony Foale, (2003).
- [2] A. Noriega, *Síntesis dimensional óptima de mecanismos mediante estrategias evolutivas*, Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo, Gijón, (2008).
- [3] A. Noriega, M. Cadenas, R. Fernández, *Position problems in Assur's groups with revolute pairs*, 4th European Conference on Mechanism Science, Santander, España, (2012).
- [4] F. Nadal, *Aplicación de un algoritmo evolutivo a la síntesis de mecanismos planos de un grado de libertad*, Tesis Doctoral, Universidad de Málaga, Málaga, (2012).
- [5] A. Noriega, E. Rodríguez, J.L. Cortizo, R. Vijande, J.M. Sierra, *A new evolution strategy for the unconstrained optimization problem*, 2nd International Conference on Multidisciplinary Design Optimization and Applications, Gijón, España, (2008).